

Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas

DAVID MACIAS FERRER
Instituto de Estudios Superiores de Tamaulipas, México

Las nuevas tecnologías

Es evidente el acelerado desarrollo de la tecnología, se ha demostrado que en los últimos cincuenta años se han presentado las más revolucionarias innovaciones, y que inevitablemente toca y afecta a la sociedad en su conjunto. El lenguaje y la comunicación no han escapado de los cambios ya desde la antigüedad, la imprenta es causal de un cambio radical en el lenguaje escrito y ahora éste, ha revolucionado con la era de la electrónica y la computación; surgen las llamadas nuevas tecnologías de la comunicación y la información (NTCI) y por extensión los medios informáticos, y su principal instrumento: la computadora.

Baeza de Oleza¹, menciona que, "gracias a la microinformática y a la digitalización de la información se está rompiendo con la linealidad narrativa y la obligada jerarquía causal en los textos escritos. Al digitalizar la información ésta se hace discreta y, por lo tanto, compartible, manejable en partes, transportable", y aun más, ésta se transmite en un medio que se ha convertido en asincrónico, es decir, consultable en cualquier momento. El mismo autor menciona: "En nuevos soportes y espacios de la comunicación (pantallas y no papeles) se abre una nueva era de la comunicación en la que una nueva palabra parece que puede curar los males del papel: la interactividad".

Hipertexto, multimedia, hipervínculos e hipermedia son términos que pertenecen a un nuevo bagaje cultural en una sociedad afectada por las nuevas tecnologías y que se han introducido desde hace varios años en México dentro del ámbito educativo. Estos elementos computacionales conforman lo que se conoce como recursos hipermediales, que son materiales que contienen además de hipertexto, animaciones, audio, imagen y sonido, o sea la multimedia y ésta con la aplicación de los hipervínculos conduce a la hipermedia. Éstos recursos en constante evolución se han aplicado ya dentro de las aulas en diversas áreas del saber. Más adelante se muestran con detalle estos recursos hipermediales y su relación con la educación.

Respecto a la hipermedia Baeza de Oleza², dice: "dentro del marco de las nuevas posibilidades que ofrecen los recursos hipermediales junto con dos de sus características esenciales, la visualización y la interactividad, se desarrolla uno de los factores esenciales de la enseñanza: el aprendizaje".

¹ BAEZA DE OLEZA, Luís (1995): *Elaboración de hipertextuales, Reflexión sobre experiencias y retos*, Palma de Mallorca, Belears, España.

² BAEZA DE OLEZA, Luís: *Loc. cit.*

Visualización

Acorde con la Real Academia Española³, "visualización es acción y efecto de visualizar y éste a su vez significa: representar mediante imágenes ópticas fenómenos de otro carácter"; por otro lado la imagen es inherente al proceso de visualización, luego entonces la importancia de ésta radica en la importancia que la imagen tiene como medio de comunicación, por medio de la cual se pueden transmitir ideas, conceptos, abstracciones, fórmulas, leyes, etc.

Desde el punto de vista de la psicología, Miguel de Guzmán⁴, dice que "para los psicólogos, la visualización es una técnica, entroncada en el análisis transaccional iniciado por Eric Berne (años 50's), que pretende una reestructuración de ciertos aspectos del subconsciente". Los psicólogos se han preocupado por la relación existente entre la visualización y el razonamiento humano.

Otro concepto apegado al proceso de visualización es el gráfico. Elaborado por el ser humano son elementos que permiten al igual que la imagen, transmitir una idea o una acción. Según Galvis⁵, "los gráficos pueden ser de diferente índole, de acuerdo a lo que traten de apoyar, así como de la dinámica que posean:

- Los dibujos y esquemas pueden ser muy útiles para trabajar conceptos o ideas, para presentar el contexto o reafirmarlo.
- Las animaciones sirven para mostrar o ensayar el funcionamiento de algo, para destacar elementos o para motivar.
- Los diagramas sirven para ilustrar procedimientos, relaciones entre partes o estados de un sistema. Los diagramas de flujo indican los pasos y la lógica ligada al logro de una meta; los de transición, las relaciones entre los diversos estados de un sistema y las condiciones que produce la transición; las redes no cíclicas muestran precedencias entre sus nodos; los diagramas de barras expresan duración y holgura. El tipo de diagrama que se vaya a utilizar no es arbitrario, depende de lo que se desea especificar.
- Los gráficos de tratamiento numérico se utilizan cuando interesa comprender o manipular cifras, magnitudes o sus relaciones".

Las imágenes, dibujos, diagramas, gráficos, bosquejos y esquemas, son aspectos particulares dentro del proceso de visualización, ya que con éstos se puede representar un fenómeno de cualquier índole o formar en la mente una imagen visual de algo abstracto.

³ Real Academia Española [en línea], consultada el 3 de mayo del 2002.

⁴ DE GUZMÁN, Miguel (1996): *El papel de la visualización*, Universidad Complutense, Madrid, España.

⁵ GALAVIS, A. H. (1992): *Ingeniería del software educativo*, Santa Fê de Bogotá, Ediciones Uniandes, 1992, citado por VALDÉS, María A.; MENÉNDEZ, Luis M., y VALDÉS, Víctor G.: *Utilización de textos y gráficos en la enseñanza asistida por computador*, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba, 2002.

La visualización en matemática

Que la visualización constituya un aspecto importante dentro de la matemática, es algo natural si se atiende la naturaleza misma de la matemática. F. Engles⁶, menciona que, "el objeto de las matemáticas son las relaciones cuantitativas y las formas espaciales del mundo real". Cualesquiera ramas de las matemáticas están ligadas a estas dos formas particulares, entonces, se puede pensar que la matemática es una ciencia que estudia estas relaciones cuantitativas y las formas espaciales.

Desde que la matemática se concibe como tal, ésta se ha desarrollado desde sus dos vertientes: el álgebra y la geometría; la primera estudia las relaciones cuantitativas, y la segunda, las formas espaciales y así, a través de procesos dialécticos de los distintos, surgen nuevas ramas de la matemática. Con cualquiera de estas vertientes, sobretudo la geometría, la matemática se vale de la semiótica y de otros aspectos relacionados con la visualización como: imágenes, figuras, bosquejos, dibujos, diagramas y gráficos, para representar los entes eidéticos que constituyen la estructura axiomática que fundamenta a la misma.

Otro aspecto relacionado con la visualización en el sentido abordado, es la vinculación de estos entes eidéticos con las estructuras de la realidad. Esta se conoce como matematización; Miguel de Guzmán⁷, lo conceptualiza: "se da una percepción de ciertas semejanzas en las cosas sensibles que nos lleva a abstraer de estas percepciones lo que es común, abstraíble, y someterlo a una racional, simbólica, que nos permita manejar más claramente la estructura subyacente a tales percepciones".

Según Zimmermann W. y Cunningham S⁸, "Desde la perspectiva de la matemática es inusual la restricción de que las imágenes deben ser manipuladas. La visualización se toma como la habilidad para trazar con lápiz y papel un diagrama apropiado, con ayuda de una calculadora o una computadora. El diagrama sirve para representar un concepto matemático o un problema y ayuda a comprender el concepto o a resolver el problema. La visualización no es un fin en sí mismo sino un medio para conseguir entendimiento", en una consecuencia de esto Vicente Carrión⁹, establece: "Obsérvese que no se habla de visualizar un diagrama sino de visualizar un concepto o problema. Visualizar un diagrama significa formar una imagen mental del diagrama; visualizar un problema significa entender el problema en términos de un diagrama o de una imagen. La visualización en matemáticas es un proceso para formar imágenes mentales con lápiz y papel, o con la ayuda de tecnología y utilizarla con efectividad para el descubrimiento y comprensión de nociones matemáticas".

Lo cual pone de manifiesto la importancia de la visualización dentro del ámbito del proceso del aprendizaje de las matemáticas.

⁶ ENGLER, Frederick, citado por Konstantín RÍBNIKOV (1978): *Historia de las matemáticas*, Editorial Mir Moscú, Academia de Ciencias de la URSS, Moscú, Rusia, p. 9.

⁷ DE GUZMÁN, Miguel: *Loc. cit.*

⁸ ZIMMERMANN, W., y CUNNINGHAM, S. (1991): *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, citado por CARRIÓN MIRANDA, Vicente (1999): *Álgebra de funciones mediante el proceso de visualización*, Depto. de Matemática Educativa, CINVESTAV, México.

⁹ CARRIÓN MIRANDA, Vicente (1999): *Álgebra de funciones mediante el proceso de visualización*, Depto. de Matemática Educativa, CINVESTAV, México.

Las nuevas tecnologías en educación

Las nuevas tecnologías de la comunicación y la información abarcan ciertos elementos acorde con el esquema natural de comunicación: los medios y el mensaje; los medios a través de los cuales se transmiten los mensajes pueden ser físicos como las computadoras o virtuales como los programas, y han evolucionado de manera dramática debido a los avances en electrónica y computación; se puede, a grandes rasgos, mencionar algunos de estos medios:

- Televisión
- Computadoras personales
- Micro computadoras
- Macro computadoras
- Proyector de cristal líquido
- Satélites
- Telefonía convencional y celular
- Microondas
- Internet
- Intranet
- *Software*

Es importante señalar que en la mayoría de los artículos publicados referentes al tema de las nuevas tecnologías, se hace referencia a la interfaz virtual y no a los aparatos a través de los cuales se transmiten los mensajes, tal parece que se da por hecho la presencia de estos medios físicos en las NTIC. El autor del presente estudio, resalta la importancia de los medios físicos de comunicación ya que sin ellos no tendrían sentido los medios virtuales como los recursos hipermediales.

Hipertexto

Jonassen¹⁰, define hipertexto como: "una tecnología *software* para organizar y almacenar información en una base de conocimientos cuyo acceso y generación es no secuencial tanto para autores, como para usuarios". Por otro lado Fontcuberta¹¹, resalta el carácter asincrónico de este recurso y menciona: "Hipertexto es entendido como un programa informático en el que la información textual presentada se interconecta de tal modo que el usuario decide en cada momento los pasos a seguir en función de las diversas posibilidades que el mismo le ofrece. Dicho en otras palabras, el usuario navega libremente por la

¹⁰ JONASSEN, D. (1988): *Designing Structured Hypertext, and Structuring Access to Hypertext. Educational Technology*, pp. 13-16, citado por SALINAS IBÁÑEZ, Jesús (2002): *Hipertexto e hipermedia en la enseñanza universitaria*, Universidad de las Islas Baleares, Islas Baleares, España.

¹¹ FONTCUBERTA, M. (1992): *Medios de comunicación telemática y educación. Comunicación, lenguaje y educación*, (14), pp. 17-28, citado por MARTÍNEZ SÁNCHEZ, Francisco; PRENDES ESPINOSA, M.ª Paz; ALFAGEME GONZÁLEZ, M.ª Begoña; AMORÓS POVEDA, Lucía; RODRÍGUEZ CIFUENTES, Trinidad, y SOLANO FERNÁNDEZ, Isabel María (2000): *Herramienta de evaluación de multimedia didáctica*, Depto. de Didáctica y Organización Escolar, Universidad de Murcia, Murcia, España.

información, navegación libre que puede presentar problemas para lectores librescos acostumbrados al papel como soporte de información organizada linealmente".

Piscitelli¹², hace referencia al significado que tiene el hipertexto en nuestra sociedad, y señala que "por medio de éste podemos generar otras descripciones de la realidad. Desde el punto de vista del espacio narrativo es posible abrirse a una gran cantidad de lecturas posibles. Los hipertextos son un paradigma para la construcción social del sentido, con una función comunicativa para la creación de nuevos textos, nuevos guiones para la comprensión individual y grupal. Y esta relación de distintos nodos puestos en marcha por el soporte de redes, supone además el establecimiento de nuevos sentidos y de resignificación, del establecimiento de renovadas comunidades de lectores/autores donde cada uno ejercita un nivel distinto y heterogéneo de comprensión, presupuestos e intereses. Es así como este 'modelo hipertextual' rechaza la epistemología cognitivista basada en una concepción del conocimiento como conjunto de átomos individuales, reemplazándola por una concepción del conocimiento como productividad social".

Multimedia

Gayesky¹³, define Multimedia como "una clase de sistemas de comunicación interactivos controlada por ordenador que crea, almacena, transmite y recupera redes de información textual, gráfica y auditiva. Indudablemente, podemos apropiarnos de ella para definir Hipermedia, y quizá este término se ajusta mejor a los propósitos de la definición. Por otra parte, existen presentaciones multimedia que poco tienen que ver con la creación, almacenamiento y recuperación de redes de conocimiento."

Sánchez y Chavez¹⁴, hacen una interesante síntesis cronológica de Multimedia y señalan: "Lo que actualmente llamamos Multimedia está basado en un amplio rango de desarrollos paralelos en diversos campos como el arte, el cine, la televisión, las telecomunicaciones, la óptica digital, el almacenamiento y la psicología computacional, entre otros.

En el periodo 1945-1985 un grupo de pensadores visionarios, artistas y escritores de ciencia ficción entre los que destacan Vannevar Bush, Ted Nelson, Alan Kay y Douglas Engelbart, imaginaron las posibilidades de un singular medio que conjuntara todos los medios conocidos de tal forma que los usuarios lo pudieran controlar usando el lenguaje natural. Esta espectacular herramienta se ha hecho realidad basándose en muchas ideas y conceptos que sobre ella se han desarrollado en los últimos cincuenta años, pero es a partir de los años 80 que los avances en la computación y las telecomunicaciones han hecho posible su utilización. El mayor avance en el desarrollo de esa 'Tecnología de Medios' había sido la introducción del Telégrafo, las redes Telefónicas y la cinematografía a finales del siglo XIX., la invención de la televisión en los años 30s, la computadora digital en los 40s y 50s y la microcomputadora personal en los 70s. Fue la convergencia de estas tecnologías en los años 70s y 80s la que finalmente ofreció un marco de

¹² PISCETELLI, A.: *Ciberculturas en la era de las máquinas inteligentes*. Buenos Aires, Argentina, Editorial Piados, SAICF, pp 145-146, citado por Cely Alvarez, Adriana M. (1999): *Elementos para caracterizar los 'nuevos' medios de comunicación*, Universidad del Zulia, Centro de Investigaciones de la Comunicación y la Información, Venezuela, artículo publicado en la *Revista Latina de Comunicación Social*, n.º 19, 1999, ISSN: 1138 – 5820.

¹³ GAYESKI, D. (1992): *Making Sense of Multimedia: Introduction to Special Issue*. Educational Technology, 32, 5, pp. 9-13, citado por SALINAS IBÁÑEZ, Jesús (2001): *Hipertexto e hipermedia en la enseñanza universitaria*, Universidad de las Islas Baleares, Islas Baleares, España.

¹⁴ SÁNCHEZ, M., y CHÁVEZ, L. (2002): "Multimedia para la capacitación en el desarrollo de multimedios", artículo publicado en línea.

trabajo para el consumidor de Multimedia Interactiva, la cual a su vez sienta las bases para la construcción de un medio digital, no lineal y multisensorial que sin duda será utilizado en el siglo XXI".

Hipermedia

Salinas¹⁵, sobre hipermedia opina que: "viene a definir sencillamente las aplicaciones hipertexto que incluyen gráficos, audio y vídeo. A nivel conceptual no supone avance alguno respecto a hipertexto. Lo fundamental de hipermedia es que ofrece una red de conocimiento interconectado por donde el estudiante puede moverse por rutas o itinerarios no secuenciales a través del espacio de información conceptual, y de este modo —esto es lo que se pretende, al menos— aprender "incidentalmente" mientras lo explora, en oposición a ser dirigido por una serie de órdenes de tareas. Aprender por descubrimiento y por experiencia personal es distinto a ser un recipiente para el conocimiento transmitido y para la experiencia del profesor; ojear e intuir es distinto a ser limitado por la tarea señalada, y en esa diferencia reside el potencial".

Por otra parte, el mismo autor señala una interesante serie de características de hipermedia: "Una de las características diferenciadoras de los sistemas hipermedia es su flexibilidad para adaptarse a las necesidades de diferentes aplicaciones. Esta flexibilidad viene determinada tanto por aquellos rasgos inherentes a los sistemas hipermedia, como por las vías mediante las que autores y usuarios interaccionan con dichos sistemas".

Ambos, rasgos o elementos de hipermedia y formas de interacción del usuario con el sistema, determinarán tanto las posibilidades que hipermedia presenta de cara a la mejora del aprendizaje, como los aspectos a considerar en el diseño de los propios materiales. Los cuatro elementos básicos de todo sistema hipermedia son: nodos, conexiones o enlaces, red de ideas e itinerarios:

- 1) NODO: Es el elemento característico de Hipermedia. Consiste en fragmentos de texto, gráficos, vídeo u otra información. El tamaño de un nodo varía desde un simple gráfico o unas pocas palabras hasta un documento completo. Los nodos, también se les suele denominar cuadros, son la unidad básica de almacenamiento de información. En lugar de ofrecer un flujo continuo como en los libros o en las películas, hipermedia sitúa la información en nodos que están interrelacionados unos con otros de múltiples formas. La modularización de la información permite al usuario del sistema determinar a qué nodo de información acceder con posterioridad.
- 2) CONEXIONES O ENLACES: Interconexiones entre nodos que establecen la interrelación entre la información de los mismos. Los enlaces en hipermedia son generalmente asociativos. Llevan al usuario a través del espacio de información a los nodos que ha seleccionado, permitiéndole navegar a través de la base de conocimiento hipermedia, al ser activadas por un dispositivo de puntero (ratón, lápiz óptico, dedo, o pantalla táctil) dirigido a un "botón activo" en la pantalla. Una gran cantidad de sistemas hipermedia permiten al usuario modificar algunas conexiones o crear nuevas.

¹⁵ SALINAS IBÁÑEZ, Jesús (2001): *Hipertexto e hipermedia en la enseñanza universitaria*, Universidad de las Islas Baleares, Islas Baleares, España, tomado de la revista electrónica *PÍXEL BIT*, n.º 1.

- 3) RED DE IDEAS: Proporciona la estructura organizativa al sistema. Los nodos son conectados juntos en rutas o trayectorias significativas. La estructura del nodo y la estructura de conexiones forman, así, una red de ideas. Una red es, por tanto, un grupo o sistema de ideas interrelacionadas o interconectadas
- 4) ITINERARIOS: Los itinerarios pueden ser determinados por el autor, el usuario/alumno, o en base a una responsabilidad compartida. Los itinerarios de los autores suelen tener la forma de guías. Muchos sistemas permiten al usuario crear sus propios itinerarios, e incluso almacenar las rutas recorridas para poder rehacerlas, etc. Algunos sistemas graban las rutas seguidas para posteriores revisiones y anotaciones.

Junto a los elementos que conforman los sistemas hipermedia, las vías mediante las cuales autores y usuarios interactúan con los sistemas constituyen el otro gran grupo de características que inciden en la potencialidad que puede presentar un sistema hipermedia de cara al aprendizaje. Entre las formas que afectan a la interacción se encuentran: la interactividad y control del usuario; la existencia de un entorno constructivo, y la estructura que presenta hipermedia, relacionada directamente con el sistema de autor:

- 1) INTERACTIVIDAD Y CONTROL DEL USUARIO. Hipermedia permite determinar al usuario la secuencia mediante la cual acceder a la información. Puede, también, añadirla o introducirla haciéndolo más significativo para él (colaboración); y le permite, también, construir y estructurar su propia base de conocimiento. El nivel del control del usuario varía con el sistema y sus propósitos. Pero, en general, el usuario controla, en base a una continua y dinámica interacción, el flujo de la información. Puede acelerar/desacelerar, cambiar de dirección, ampliar los horizontes de su información, argüir /combatir, etc...
- 2) ENTORNO CONSTRUCTIVO. Los sistemas hipermedia proporcionan herramientas flexibles de navegación. Algunos de estos sistemas se han convertido en entornos de autor y son utilizados para crear materiales de instrucción basados en el ordenador, para contener las anotaciones personales o la organización de la información, para la comunicación con los semejantes... También son usados como herramienta de aprendizaje cognitivo para la organización y el almacenamiento del conocimiento base de los propios usuarios. Desde esta perspectiva una concepción amplia de hipermedia lo concebiría como un entorno de *software* para construir o expresar conocimiento, colaboración o resolver problemas.
- 3) ESTRUCTURAS DE HIPERMEDIA. Uno de los momentos más importantes en la creación de materiales hipermedia es decidir cómo y cuánto estructurar la información en la base de conocimiento. La respuesta depende, en parte, de la utilización que se va a hacer del sistema: La variabilidad de las aplicaciones exige la existencia de diferentes estructuras de acceso e información.

Por otro lado Ralston¹⁶, menciona que: "En rigor, el término multimedia es redundante, ya que media es en sí un plural. Hay autores que prefieren utilizar el término Hipermedia en vez de multimedia.

¹⁶ RALSTON, G. (1991): *Hipermedia... not Multimedia. The Expanded Desktop* pp. 1 y 4, citado por SALINAS IBÁÑEZ, Jesús: *Hipertexto e hipermedia en la enseñanza universitaria*, Universidad de las Islas Baleares, Islas Baleares, España.

Hipermedia sería, de este modo, simplemente un hipertexto multimedia. Los documentos hipermedia pueden contener la capacidad de generar textos, gráficos, animación, sonido o vídeo en movimiento".

Nuevos ambientes de aprendizaje

Ferreiro¹⁷, elabora una interesante comparación entre interacción e interactividad dentro del marco de las nuevas tecnologías, señala: "La didáctica contemporánea al enfatizar la necesidad de la participación activa del sujeto que aprende durante el proceso de enseñanza-aprendizaje hace hincapié en la actividad del mismo con otros, así como con el contenido de enseñanza. La interacción se logra:

- 1) Cuánto más próximas están dos personas.
- 2) Cuando mayores oportunidades poseen las personas para interactuar.
- 3) Y a su vez cuanto más interactúan dos personas, más se aficianan entre sí.
- 4) Y al contrario cuánto más se desagradan dos personas, más evitarán la interacción recíproca.
- 5) Cuánto más se agradan dos personas.
- 6) Y cuánto más semejanza existe entre dos personas en valores y actitudes, más probabilidades hay de que se agraden.

De lo anterior se desprende que la creación de 'Nuevos ambientes de aprendizaje' exige situaciones educativas en que se propicie el contacto, el intercambio y la participación de los miembros de un grupo independientemente de la distancia.

Por su parte la interactividad se refiere a la confrontación directa del estudiante con el contenido de enseñanza, la cual deberá ser siempre "amigable" y cumplimentar determinados requisitos ya sea al emplearse un material escrito o un *software* educativo, lográndose 'aprender haciendo', gracias a la interactividad.

La interactividad se caracteriza entre otras cosas por la acción recíproca entre dos agentes, uno material o virtual, el material de autoaprendizaje o bien una computadora por ejemplo y el sujeto que aprende. Lo antes planteado exige la confección de recursos didácticos que permitan el proceso de mediación".

Salinas¹⁸, hace una clasificación de acuerdo a la función que desempeñan las nuevas tecnologías en el salón de clases:

¹⁷ FERREIRO GRAVIÉ, R. (2002): *Nuevos ambientes de aprendizaje. Interacción e interactividad*, artículo publicado en la revista electrónica *Onteanqui. El que Acompaña*, ULSA, México.

¹⁸ SALINAS IBÁÑEZ, Jesús, citado por GONZÁLES NERI, Isaura (2001): *La Interactividad y sus repercusiones en el aprendizaje*, Universidad Pedagógica Nacional, México.

- "Como ayudas instructivas, que no facilitan la interacción, son lineales y se utilizan para promover la eficacia de los mensajes del profesor. Se usan para la enseñanza colectiva. Ejemplos de estos son: cine, video, grabaciones y los materiales multimedia.
- Como sistemas instruccionales, que son interactivos y no necesitan de la relación directa entre el profesor y el alumno. Se usan para la enseñanza individual. Ejemplos de estos son los sistemas interactivos, hipertextos, entornos virtuales, etc.

Estas características no son excluyentes, ya que ambos tipos se pueden utilizar de una manera combinada de acuerdo a las necesidades de enseñanza, es decir, un mismo medio puede utilizarse como ayuda o como sistema instruccional. Por otro lado podemos encontrar que las nuevas tecnologías poseen ciertas características que responden a un nivel más general, entre éstas destacan: la interactividad, la simulación, la programabilidad, la retroalimentación, la utilización de elementos de texto, imagen y audio, la posibilidad de trabajo en grupo, la búsqueda de información, la conexión con usuarios distantes y el acceso inmediato a la información".

González¹⁹, hace referencia a dos modelos de aprendizaje y menciona "En el ámbito de la integración de la tecnología a la educación se ha encontrado que en la actualidad el uso de las computadoras ha cobrado un auge significativo, razón por la cual, existen dos aspectos del pensamiento constructivista que son relevantes para la integración de las computadoras en el contexto social del aprendizaje; uno de ellos se refiere a la visión del aprendizaje centrada en el alumno y el segundo hace referencia a la aplicación de la metáfora de una especie de herramienta para pensar.

La perspectiva cognoscitivista se aproxima al constructivismo cuando se ocupa de las cuestiones relativas a la organización de las condiciones del aprendizaje. Se centra en las diversas estructuraciones que se deben imponer al material del que se aprende; estas estructuraciones deben ser congruentes con las estrategias de procesamiento humano de la información. Esta postura implica un acercamiento de las estrategias de aprendizaje a las ideas constructivistas, en un ambiente de aprendizaje que respete el fundamento exploratorio y creativo del cambio cognoscitivo; en este ambiente el aprendiz obtiene del mundo los conocimientos que requiere para reflexionar sobre lo conocido y sobre las consecuencias de la acción ejecutada. Si se retoma el concepto de Nivel de Desarrollo Próximo de Vigotsky, valdría la pena considerar que es ese momento en el desarrollo del niño el que podría considerarse óptimo para incidir de manera eficaz en su aprendizaje. Así, la teoría constructivista se orienta a la creación de ambientes adecuados para el aprendizaje por descubrimiento; además considera también la importancia de las relaciones interpersonales requeridas para el aprendizaje. En este sentido, las computadoras pueden ofrecer un ambiente adecuado y facilitador".

Las matemáticas y la ingeniería

Sobre las matemáticas se pueden escribir libros enteros abordando temas desde diferentes ángulos, pero no es finalidad de este estudio elaborar un tratado completo sobre esta importante ciencia,

¹⁹ GONZALEZ NERI, I. (2001): *El proceso educativo y la potencialidad de los medios para llevarla a cabo*, Universidad Pedagógica Nacional, México.

sino poner de manifiesto ciertos aspectos relacionados con la presente investigación. Al respecto, Suárez²⁰, menciona que "la revolución científica y tecnológica que se produce a nivel mundial, se apoya en la aplicación del conocimiento matemático mediante la utilización de nuevos sistemas, técnicas y procesos, en cuyo diseño ha sido fundamental el uso de especialidades como la Teoría de los Números, el Álgebra, la Geometría y el Análisis Matemático. La ciencia es universal y la forma de hacerla debe responder a circunstancias propias. Sin embargo, existen conocimientos como los de la Matemática que tienen validez y aplicabilidad universal; aún cuando no deben entenderse como un conjunto de verdades inquebrantables sobre el mundo físico, sino como una capacidad imprescindible para describir, analizar y explorar los fenómenos físicos y sociales. Actualmente surgen en el campo de las Matemáticas, infinidad de ideas en continua transformación. Esta evolución tiene su inicio un siglo atrás y no deja de acelerarse desde hace 50 años. La disciplina clave de las Matemáticas modernas son el Álgebra y la Topología, así como su interacción; de esta manera se puede decir que el siglo XX es el de la Topología. Sin embargo, la historia de las Matemáticas se pierde en las fronteras del tiempo. Históricamente se consigna al siglo VI a. de C., como el surgimiento de la Geometría como ciencia, con la aparición de los elementos de Euclides. El siglo XVII de nuestra era, fue el del cálculo diferencial, con la contribución de los trabajos de Isaac Newton, Wilhelm Leibnitz y Bernoulli, entre otros filósofos no menos importantes en los cuales se sustenta la base de dicha ciencia. En este tiempo surge también lo que se conoce como filosofía natural, cuyo objetivo matemático fue tratar de englobar tanto en sus causas como sus efectos, a todo fenómeno en una fórmula o ecuación".

Esta matematización de la naturaleza se ha logrado desde entonces mediante la modelación matemática, Miguel de Guzmán²¹, hace referencia al carácter modélico de la matemática: Su constitución puramente formal, sistema de postulados y leyes de inferencia con los que se van obteniendo los teoremas, la hace en cierto modo independiente de toda otra realidad que no sea la mente en su calidad racionante. De ahí su carácter incontrovertible y universal frente a opiniones, modas y progresos. La matemática nació como ciencia y sigue siéndolo y, por tanto, trata en sus desarrollos de desvelar y dominar alguna porción del mundo real, interior o exterior al hombre. Por eso no es un mero arbitrario juego lógico. Sus postulados y sus leyes de inferencia están fuertemente inspirados en una fracción de la realidad. Es de aquí de donde le viene a la matemática su complejidad y su riqueza, reflejos de la riqueza y complejidad del mundo real mismo. El misterio de la adecuación de ese mundo matemático, tan propio de la mente que ha surgido de ella y de una mirada suya al universo, con la realidad externa es algo que no ha dejado de maravillar a los científicos de todos los tiempos. Pese a todo ello podemos afirmar que existen razones poderosas para considerar el conocimiento matemático como modelo de conocimiento científico, ya que ningún otro tipo de ciencia alcanza su objetivo propio con tanta eficacia, evidencia y certeza como lo logra el método matemático".

Sin pretender darle un carácter reduccionista, la aplicabilidad y el carácter modélico de la matemática la han convertido en una poderosa herramienta para la ingeniería, puesto que con ella, se logran satisfacer algunas de las necesidades que la sociedad demanda.

²⁰ SUAREZ MACIEL, M. (1999): "Las matemáticas aplicadas a la ingeniería", artículo publicado en la hemeroteca virtual ANUIES, D.F., México.

²¹ DE GUZMÁN, Miguel (1983): "Algunos aspectos insólitos de las matemáticas", artículo publicado en línea de la *Revista Investigación y Ciencia*, pp. 100-108.

El aprendizaje de las matemáticas

El proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas es sumamente complejo y a través del tiempo el hombre ha desarrollado una diversidad de metodologías para lograr la efectividad de dicho proceso. Con la llegada de las nuevas tecnologías, en particular las computadoras, se abre un nuevo campo de investigación en cuanto a nuevos ambientes de aprendizaje y metodologías de enseñanza aprovechando el enorme potencial de estos recursos electrónicos.

En cuanto al aprendizaje de las matemáticas, Hernández²², dice: "Lo relevante en el aprendizaje de las matemáticas puede ser: no el acceder a un gran cúmulo de información sobre los objetos matemáticos, sino, el tener las habilidades que permitan tanto el formular conjeturas sobre ellos, como criticarlas, corregirlas y mejorarlas". Lo anterior denota el alejamiento de la postura pasiva del alumno dentro de su actividad en el aprendizaje de las matemáticas.

Por otra parte Vaquero²³, dice: "Enseñar es mucho más que dejar aprender. La enseñanza ha de crear los estímulos que activen y aceleren el aprendizaje. El problema radical de la enseñanza es acoplar la mente del alumno a la materia objeto de aprendizaje. Esto implica una enseñanza individualizada de forma que, dada una materia a enseñar, lo ideal es encontrar para cada individuo el transformador adecuado a su nivel de entendimiento y formación, que hiciese el acoplo más adecuado". En este sentido Alemán de Sánchez²⁴, señala las ventajas del uso de la computadora en la enseñanza de las matemáticas:

- "Participación activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje.
- Interacción entre el alumno y la máquina.
- La posibilidad de dar una atención individual al estudiante.
- La posibilidad de crear micromundos que le permiten explorar y conjeturar.
- Permite el desarrollo cognitivo del estudiante.
- Control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el alumno.
- A través de la retroalimentación inmediata y efectiva, el alumno puede aprender de sus errores".

Fernández²⁵, opina que: "Los planes y programas de estudio señalan como propósitos fundamentales para los cursos de Matemáticas, desarrollar en los estudiantes habilidades y conocimientos para adquirir un pensamiento crítico, reflexivo, flexible, capaz de realizar generalizaciones, clasificar, inducir, inferir, estimar numéricamente, y resolver problemas. Las actividades y recursos didácticos de uso

²² HERNÁNDEZ, L., y Víctor, M. (2001): "Tecnología y educación matemática", conferencia plenaria ante el Primer Seminario Regional del Proyecto T3, México.

²³ VAQUERO, A. (1987): *La informática aplicada a la enseñanza*, Editorial Eudema S.A., Madrid, España, p. 37, citado por ALEMÁN DE SÁNCHEZ, Ángela (2002): "La enseñanza de la matemática asistida por computador", Panamá.

²⁴ ALEMÁN DE SÁNCHEZ, A. (2002): "La enseñanza de la matemática asistida por computador", artículo publicado en Internet, Panamá.

²⁵ FERNÁNDEZ NODARSE, Fco. Alberto (1998): *Experiencias en la estructuración de clases de matemáticas empleando asistentes matemáticos y colección de tutoriales hipermediales*, Instituto Superior de Ciencias y Tecnologías Nucleares (ISCTN), Ministerio de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente, La Habana, Cuba.

generalizado en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas han proporcionado resultados poco satisfactorios, los diagnósticos muestran que el aprendizaje de los estudiantes es principalmente de tipo algorítmico, con escaso aprendizaje de los aspectos conceptuales y de aplicación. Para algunos esto es resultado de una enseñanza que utiliza poco la visualización y la contextualización de las propiedades de los conceptos y procesos matemáticos, así como de las dificultades que se presentan para vincular cognitivamente aspectos gráfico-visuales y analítico-algorítmicos relacionados con ellos.

Las matemáticas y las nuevas tecnologías

Alemán de Sánchez²⁶, resalta la importancia del uso de las nuevas tecnologías en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, señalando que: "Para que tanto docentes como estudiantes puedan utilizar la computadora como pizarrón electrónico, se requiere de un diseño de *software* especial. Su objetivo principal es escribir, dibujar y calcular con el fin de mostrar e ilustrar conceptos. Se pueden mostrar procedimientos en detalle o evitar cálculos tediosos. Generalmente, en esta aplicación hay un solo computador en el aula el cual se utiliza para hacer la demostración a todos los estudiantes. En matemática, es frecuente utilizar el pizarrón electrónico ligado a *softwares* de los cuales algunos han sido diseñados con propósitos educativos y otros no, pero todos útiles en la enseñanza de la Matemática. Entre otros tenemos:

- Hojas Electrónicas
- Excel[®]
- Power Point[®]
- Editor de Ecuaciones".

La misma autora, señala la importancia de la simulación en el proceso del aprendizaje de las matemáticas en la educación superior destacando que: "La simulación de fenómenos naturales con el uso de la computadora la convierten en un elemento importante en educación. Debido a que los *softwares* de este tipo apoyan el aprendizaje por descubrimiento, en matemática son utilizados con gran frecuencia para propiciar el establecimiento de reglas y demostración de proposiciones y teoremas.

Una de las cualidades que posee este tipo de *software* es el alto grado de motivación que logra en el aprendizaje a través del ensayo y error (orientado por el profesor) que le permite descubrir cosas que posteriormente confirma que son correctas y fueron descubiertas por brillantes matemáticos quizás algunos siglos atrás. Con la ayuda del simulador y la orientación del profesor, el alumno descubre cosas que fijará en su estructura cognitiva de manera más natural que si le son proporcionadas en clases sólo para que las entienda y las recuerde para luego aplicarlas. Esta herramienta permite al estudiante ir construyendo un puente entre las ideas intuitivas y los conceptos formales".

Arratia, Jáñez, Marfín y Pérez²⁷, muestran la relación entre la matemática y las nuevas tecnologías: "Los grandes avances en la informática y la comunicación de los últimos años hacen prever una revolución

²⁶ ALEMÁN DE SÁNCHEZ, A.: *Loc. cit.*

²⁷ ARRATIA, Óscar; JÁÑEZ, Ladislao; MARTÍN, Miguel A., y PÉREZ, M. Teresa (2002): *Matemáticas y nuevas tecnologías: educación e investigación con manipulación simbólica*, Depto. de Matemática Aplicada a la Ingeniería. E.T.S. Ingenieros Industriales. Universidad de Valladolid, España.

que está sólo en sus inicios. Las nuevas tecnologías se utilizan para comunicarse, como herramienta de trabajo y también como instrumento de ocio. Aparecen en todas las parcelas de la vida actual, desde la investigación científica hasta el mundo de la empresa, pasando por la enseñanza. En esta última, se puede considerar que el uso de estos avances favorece el desarrollo de capacidades intelectuales y la adquisición de destrezas por parte del alumno, mediante una nueva forma de organizar, distribuir, representar y codificar la realidad.

Aunque a primera vista un manipulador simbólico puede interpretarse como una calculadora muy potente, en realidad se trata de un laboratorio matemático completo con posibilidades de edición y presentación visual que permiten darle la apariencia de un escrito matemático clásico. Los manipuladores actuales son de fácil manejo y poseen una sintaxis muy intuitiva, por lo que el estudiante puede comenzar el trabajo con ellos sin necesidad de consumir mucho tiempo en su aprendizaje. Por otra parte, el hecho de que se compilen y ejecuten línea a línea, si así se desea, permite una interacción continua sobre los datos introducidos que dinamiza los cálculos. En las enseñanzas técnicas, donde una componente fundamental está constituida por los cálculos numéricos, el ordenador se convierte en una de las herramientas más potentes. Sin embargo, creemos que la formación de un técnico superior no debe restringirse al uso del *software*, sino que la diferencia entre un simple operario y un ingeniero debe estar precisamente en la capacidad de interacción con él. Es imprescindible, por tanto, un conocimiento de los métodos utilizados y no sólo del programa informático.

Desde el punto de vista pedagógico no podemos pretender que un alumno entienda la mecánica de un algoritmo sin utilizarlo en la práctica. La experimentación numérica, ya sea a mano o con calculadora, enmascara la utilidad de los métodos y los convierte en algo pesado y aburrido, perdiendo la agilidad que les debe caracterizar, por lo que solamente utilizando un equipo computacional de alguna potencia se puede dar mayor coherencia a su enseñanza. Debemos también indicar que el uso de un manipulador simbólico no se limita al cálculo numérico. Muchas otras ramas de la Matemática admiten la resolución de sus problemas mediante manipuladores. Por ejemplo, en geometría pueden ser especialmente útiles puesto que permiten representar gráficamente todo tipo de figuras de forma que el alumno puede visualizarlas y asociarlas a su ecuación fácilmente.

Resumiendo, creemos que, utilizado de forma adecuada, un manipulador simbólico puede constituir una herramienta inestimable para la enseñanza de las Matemáticas en el ámbito universitario. Además, contribuye a que las materias resulten más atractivas al alumno debido a que su relación con el ordenador es más activa, mientras que en las clases convencionales es muy difícil obtener su participación. Este hecho ha quedado patente en una encuesta realizada entre nuestros alumnos, los cuales no han dudado en calificar las prácticas realizadas con manipulador como interesantes y amenas en un alto porcentaje.

Finalmente, queremos señalar que, aún cuando en esta comunicación nos hemos centrado en la manipulación simbólica, existen otras nuevas tecnologías que pueden mejorar el proceso educativo. Así, por ejemplo, creemos que Internet muestra múltiples posibilidades en cualquier materia y no nos referimos únicamente a ella como medio de obtener información sino, sobre todo, formación que es lo que debe interesar al educador".

Respecto del carácter no excluyente que se presenta en la introducción de las nuevas tecnologías, los libros tradicionales que siguen gravitando en el mercado, contienen complementos modernos. Por

mencionar un ejemplo, se tiene el caso del libro de los autores Nagle y Zinder²⁸, que aborda el tema de Ecuaciones Diferenciales; el libro viene acompañado con un CD ROM interactivo, que contiene un *software* diseñado por Beverley West de la Universidad de Cornell, Steven Strogatz de la misma Universidad, Jean Mc Dill de California State Polytecnic entre otros autores, y tiene la finalidad de ayudar a los estudiantes de educación superior visualizar conceptos. En forma alternativa el *software* está disponible en línea, en Internet.

Entornos interactivos de aprendizaje

Barker²⁹, "El término Sistema Interactivo de Aprendizaje es frecuentemente usado en la literatura de educación. Puede usarse para cubrir un amplio rango de situaciones de aprendizaje en las que varios tipos de conocimiento o intercambio de la información entre sistemas comunicadores que están implicados en alguna forma de proceso de diálogo. Tal proceso normalmente implica un intercambio de información coordinado y sincronizado usando convenciones y procedimientos acordados. Asimismo, estos diálogos pueden realizarse entre múltiples compañeros comunicadores, pueden también ser multimedia (implicando a varios canales de comunicación diferentes) y multimodal implicando a una variedad de modalidades conceptuales, perceptuales y físicas)".

Barker³⁰, diferencia dos tipos de Sistemas Interactivos de Aprendizaje: los centrados en el hombre y los basados en las tecnologías:

Los sistemas centrados en el hombre pueden diferenciarse por un tipo de interacción en la que los sistemas comunicadores son personas que entran en diálogo con objeto de facilitar algún proceso de aprendizaje. La interacción entonces puede desarrollarse de tres formas distintas: uno a uno (profesor-alumno), uno a varios (profesor-grupo de alumnos), o bien varios a varios (trabajo en grupo).

En cambio, en los sistemas basados en tecnologías el proceso de diálogo se desarrolla entre el alumno o alumnos y las tecnologías usadas para iniciar y mantener los procesos de enseñanza-aprendizaje que tratan de sostener. El carácter de este tipo de interacción va a depender en muchos casos del correcto uso que se haga de la tecnología (sea vídeo, televisión, radio, ordenador, etc.), mientras que en otros casos la interacción va a estar mucho más controlada, como sucede con las tecnologías que integran el uso de muy diferentes tecnologías instruccionales y que a menudo se conocen como multimedia (caso del videodisco interactivo, CD ROM, sistemas de teleconferencias, etc. como sistemas físicos, y caso de Sistemas Tutores Inteligentes, hipermedia, simulación, libro electrónico, etc. como sistemas lógicos).

Hannafin³¹, establece entornos de aprendizaje según su alcance como entornos macro nivel y entornos micro nivel:

²⁸ NAGLE, K.; SAFF, E.; ZINDER, A. D. (2000): *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*, 3.ª Edición, Editorial Pearson Educación, p. x, ISBN 968-444-483-4, México.

²⁹ BARKER, P. (1989): *Basic Principles of Human Computer Interface Design*. London, Hutchinson, USA, citado por MORUETA TIRADO, R. (2002): "El diseño de sistemas interactivos multimedia de aprendizaje: aspectos básicos", tomado de la revista electrónica *PÍXEL BIT*, n.º 7.

³⁰ BARKER, P. (1990): *Designing Interactive Learning Systems*. ETTI, 27, 2, pp. 125-145, USA, citado por MORUETA TIRADO, R.: *Op. cit.*

Los entornos de aprendizaje macro-nivel enfatizan el tratamiento comprensivo entre la información interrelacionada, los conceptos y las actividades. En estos entornos se intenta proporcionar vehículos para ensanchar el contexto de la lección mientras capacita a los estudiantes a dirigir sus intereses o necesidades más allá de los parámetros típicamente proporcionados en lecciones aisladas. A los estudiantes se les provee de una amplia estructura de recursos desde los que pueden explorar las variadas características del entorno, desde glosarios, hasta enciclopedias audiovisuales, sistemas expertos, simulaciones, etc. Además, al estudiante se le proporciona una diversa serie de recursos en red y fuera de ella, así como de actividades (por ejemplo diversas opciones de proyectos).

Los entornos de aprendizaje micro-nivel proporcionan un alto grado de centralización sobre dominios relativamente discretos, permitiendo el examen y exploración detallado entre las habilidades y conceptos interrelacionados. Estos entornos no están integrados explícitamente con una mayor estructura de conceptos, sino que a menudo representan una síntesis de varias habilidades y conceptos. Se trata de un sistema basado en la simulación dirigido a la solución de problemas de todo tipo de sistemas hidráulicos, mecánicos o eléctricos. Su principal característica instructiva es la secuenciación de problemas cada uno de los cuales introduce un determinado tipo de funcionamiento en el modelo de simulación.

Dentro de los entornos de aprendizaje, Hannafin³², establece, con relación a las actividades del usuario, entornos generativos y entornos metamagnéticos:

Los entornos generativos confían en el individuo para crear o elaborar el conocimiento. Normalmente estos proporcionan un contexto dentro del cual los estudiantes producen acciones diseñadas para clarificar, manipular, o explorar en el contenido del sistema, o una estructura donde puedan ser generadas las representaciones que hacen los estudiantes del significado. En el primer caso, el contexto o las situaciones guían el desarrollo cognitivo del estudiante, mientras que en el segundo caso los elementos del sistema orientan sus acciones. En este sistema los grupos de estudiantes generan bases de conocimientos tales como notas, texto relacionado, dibujos, gráficos, tablas de datos, etc.

Entre los entornos matemagnéticos encontramos algunas de las aplicaciones más comunes de los llamados sistemas hipermedia que soportan el acceso a varias representaciones del contenido. En muchos sistemas, por ejemplo, los estudiantes pueden acceder a glosarios, vídeo, información enciclopédica, instrucción tutorial, y otras representaciones del contenido en orden a variar el modo en el que la información está organizada, así como los métodos en los que está provista. El contenido está estructurado externamente y queda dispuesto en diversos caminos para permitirle al estudiante aprender conforme a las nociones generadas externamente por los diseñadores.

Como objetivos educacionales Hannafin³³, distingue dos extremos: entornos dirigidos a metas frente a los entornos exploratorios.

³¹ HANNAFIN, M. J. (1992): *Emerging Technologies, ISD and Learning Environments: Critical Perspectives*, ETR&D, 40, 1, pp. 49-63, USA, citado por MORUETA TIRADO, R., *op. cit.*

³² HANNAFIN, M. J.: *Op. cit.*

³³ HANNAFIN, M. J.: *Ibidem.*

Los entornos dirigidos a metas enfatizan en las competencias propuestas. Las actividades se diseñan para soportar un *set* definido de resultados de aprendizaje. Los estudiantes pueden ser provistos de una considerable flexibilidad en el empleo de las características del entorno, pero todas las características son estructuradas para promover fluidez en las áreas prescritas. Harless³⁴, describió el diseño de un sofisticado entorno hipermedia diseñado para simular una válvula y planes de tratamiento siguientes requeridos a los facultativos de una sala de emergencia. Las metas estaban consistentemente prescritas en escenarios presentados en videodisco. Los facultativos en formación identificaron síntomas, seleccionaron procedimientos necesarios, determinaron cuando admitir a un paciente, prescribieron y continuaron con el tratamiento, etc.

Los entornos exploratorios enfatizan más en los procesos que en los resultados. A menudo los estudiantes son estimulados a alterar, explorar, o manipular los parámetros de el entorno para examinar los resultados posibles. En estos entornos se pone el énfasis sobre el aprendizaje como una construcción, un proceso mediado individualmente más que como un proceso basado en criterios externos de importancia y relevancia. El proyecto STEAMER, extiende el concepto de aprendizaje basado en simulación al tratamiento interactivo de la información gráfica. Este sistema simula una compleja planta de propulsión a vapor propia de grandes embarcaciones. El aprendizaje de cómo opera una planta de estas características requiere años de entrenamiento durante los cuales los ingenieros adquieren un amplio conjunto de procedimientos de operaciones que le permitirán enfrentarse a situaciones de funcionamiento problemáticas. En este caso este sistema se centra en la creación mental de un modelo (un complejo dispositivo físico) en los usuarios del sistema.

En cuanto a la presentación de los contenidos Hannafin³⁵, menciona que en algunos casos, los entornos promueven la integración entre conceptos o conocimientos estrechamente relacionados, mientras que en otros casos los entornos enfatizan la integración del contenido más allá de la estructura normalmente asociada con la materia.

La presentación del contenido de forma global intenta minimizar los límites explícitos o implícitos de las materias a través de la caracterización de la información, conceptos y habilidades en contextos variados. El conocimiento y las habilidades no son aislados y enseñados fuera del contexto, sino introducidos y desarrollados dentro de una variedad del contextos significativos. Los sistemas hipermedia disponen de la integración de diversos recursos, como glosarios, diccionarios, comunicaciones entre áreas, etc. entre las que el estudiante puede navegar completando su información sobre un dominio determinado. La presentación del contenido de forma diferencial ocurre en los casos en los que la integración del contenido se desarrolla a través de diversos caminos y de diversos recursos.

En la Figura 1 se muestra el esquema de un sistema hipermedial diseñado por el autor del presente artículo y algunas de sus características.

³⁴ HARLESS, W. (1986): "An Interactive Videodisc Drama: The Case of Frank Hall". *Journal of Computer-Based Instruction*, 13. pp. 113-116, USA, citado por MORUETA TIRADO, R., *op. cit.*

³⁵ HANNAFIN, M. J.: *Op. cit.*

FIGURA 1

