

Aprendizaje desarrollador en la matemática: estimulación del pensamiento geométrico en escolares primarios

YOLANDA PROENZA GARRIDO
LUIS MANUEL LEYVA LEYVA

Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero", Cuba

Introducción

En la VIII Conferencia Iberoamericana de Educación, la Declaración de Sintra, plantea "la Educación es el ámbito donde se concreta la transformación de la información en conocimiento y, por ello, debe ocupar un primer plano en las prioridades políticas de los países iberoamericanos"

Dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de la escuela primaria, la matemática escolar ha de realizarse de modo que los alumnos se apropien de los conocimientos esenciales y desarrollen las habilidades que les permitan aplicar, de forma independiente, sus conocimientos para resolver los problemas del entorno social, e incluye dos grandes bloques de contenidos: los aritméticos y los geométricos.

El proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos matemáticos en la escuela primaria, a pesar del reconocido papel que juega en la preparación para la vida en nuestra sociedad socialista de niñas y niños, en nuestro territorio, y con bastante similitud en otras provincias, tiene insuficiencias.

Entre las insuficiencias se señalan: el orden en la estructura de los números; la estimación y conversión en el trabajo con magnitudes; el significado práctico de las operaciones y orden operacional; y el reconocimiento de propiedades de figuras y cuerpos geométricos y en argumentar utilizando relaciones geométricas: paralelismo, perpendicularidad, igualdad de figuras geométricas.

La existencia de modelos didácticos para los contenidos geométricos promovió la reflexión de su utilización en la didáctica cubana.

Los modelos didácticos en la enseñanza aprendizaje de la Geometría son muy usados a partir de la década del 80. El modelo de los niveles de razonamiento de Van Hiele(1957), ha promovido tendencias en la enseñanza de los contenidos geométricos como la de ubicación espacial de Saiz (1997), la del aprendizaje acerca del espacio de Bishop (1997), la de las manipulaciones geométricas de Brenes (1997) y la de los materiales concretos de Castro (1997), concebidas no sólo para la enseñanza primaria, sino para otros niveles.

Revista Iberoamericana de Educación

ISSN: 1681-5653

n.º 48/1 – 15 de diciembre de 2008

EDITA: Organización de Estados Iberoamericanos
para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI)



Desarrollo

La enseñanza de los contenidos geométricos en la escuela primaria tiene como antesala un fuerte trabajo intuitivo, fundamentalmente de elementos de Geometría espacial, que se desarrolla en los programas de Nociones elementales de Matemática, que incluye los tres componentes: Círculos Infantiles, Vías no Formales y el grado preescolar.

La contribución de la Matemática en general, y de los contenidos geométricos en particular, al logro de un pensamiento lógico en los escolares es reconocida. Sin entrar en definiciones, se parte de asumir en este trabajo posiciones con relación a esta problemática.

Primeramente, acerca del pensamiento matemático se plantea en la literatura consultada que no existe una definición aceptada por todos (véase Schoenfeld 1992, Acuña 1995, Gámez 1998, Góngora 1998, Palacio 1999, García 1999; 2000, Campistrous 1999...). En lo que sí hay unidad es que existe y que su conceptualización ha sido empobrecida por los extremistas.

Pensar matemáticamente tiene diferentes significados; para los que estudian la Matemática como ciencia es un estilo que requiere de formas abstractas del pensamiento y para los que la reciben en su instrucción, es una herramienta para resolver problemas o situaciones de la vida. Todo ello en un entorno social donde la sociedad da la connotación de la ciencia.

Según Schoenfeld: "Las matemáticas son una inherente actividad social, en la cual una comunidad de practicantes entrenados (investigadores matemáticos) se ocupan de la ciencia de los patrones, intentando de manera sistemática, basados en la observación, estudio y experimentación, determinar la naturaleza o principios de regularidades de sistemas definidos axiomática o teóricamente ("matemáticas puras") o modelos de sistemas abstraídos del mundo real ("matemáticas aplicadas")... aprender a pensar matemáticamente significa: (a) desarrollar un punto de vista matemático, valorando el proceso de matematización y de abstracción, teniendo predilección por su aplicación y, (b) desarrollar las competencias para el uso de los instrumentos al servicio del propósito de la dualidad: estructura de entendimiento—el sentido de cómo hacer matemáticas".

La Dra. H. Hernández plantea que la Matemática debe favorecer la formación de un pensamiento productivo, creador y científico.

Por otra parte, se ha trabajado en como estimular este pensamiento en la escuela (Campistrous, Rizo, 1997, 1998, 1999, 2000; Palacio, 1999; García, 1999, 2000...) y una de las vías más generales lo constituye el uso de problemas en la enseñanza.

En otras palabras, el pensamiento matemático es aquel que se potencia a través de los conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas que sirve para enfrentar y resolver problemas de la vida y que, por tanto, debe ser lo más flexible, creativo, divergente, productivo y verdadero, como la propia realidad objetiva.

Determinar entonces hasta qué nivel debe desarrollarse el pensamiento matemático, expresado en los términos anteriores, es un problema que debe ser resuelto por la propia sociedad y por sus sistemas educativos.

Las posiciones filosóficas platónicas, intuicionistas y formalistas reflejan también el desarrollo del pensamiento matemático en diferentes etapas históricas que, por supuesto, se deben negar dialécticamente, pero no ignorar.

Por consiguiente, los autores consideran y coinciden con los que plantean que, "la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria debe trabajar por conseguir un pensamiento matemático que, en determinados momentos, transmita conocimientos para resolver situaciones prácticas, en otros momentos se debe trabajar de manera intuitiva construyendo nuevos conocimientos y en otros momentos se debe trabajar con el formalismo".

Cada rama de la Matemática le imprime estilos de pensamiento muy propios a ese pensamiento matemático. Por las insuficiencias que aún persisten, por las potencialidades que aporta, por constituir un problema global (consúltese Actas de: RELME 10; 11; 12; 13 e ICMI 7; 8; 9) y por las necesidades de nuestro territorio, el pensamiento geométrico debe constituir hoy un centro de atención en la escuela primaria.

El pensamiento geométrico, para los autores, es una forma de pensamiento matemático, pero no exclusivo de ella y se basa en el conocimiento de un modelo del espacio físico tridimensional. Este pensamiento, "como reflejo generalizado y mediato del espacio físico tridimensional tiene una fuerte base sensorial que se inicia desde las primeras relaciones del niño con el medio y que se sistematiza y se generaliza a lo largo del estudio de los contenidos geométricos en la escuela".

Con el pensamiento geométrico se deben desarrollar tres capacidades muy bien delimitadas: vista espacial, representación espacial e imaginación espacial. Todas íntimamente relacionadas entre sí.

En esta ponencia se asume que para "mover" el pensamiento geométrico, el centro lo ocupa la capacidad de imaginación espacial, ya que permite analizar el plano, las relaciones en el espacio y viceversa; es decir, es la capacidad de estudiar el plano y el espacio a través de sus conceptos, leyes y derivar razonamientos; por lo que va más allá de la Geometría para erigirse como un pensamiento dialéctico por excelencia.

Se considera que el conocimiento geométrico no presupone solamente reconocer visualmente una determinada forma y saber el nombre correcto; sino que implica también, explorar conscientemente el espacio, comparar los elementos observados, establecer relaciones entre ellos y expresar verbalmente tanto las acciones realizadas como las propiedades observadas, para de ese modo interiorizar el conocimiento; así como, descubrir propiedades de las figuras y de las transformaciones, construir modelos, elaborar conclusiones para llegar a formular leyes generales y resolver problemas.

Derivado de los presupuestos anteriores, se puede decir entonces que el proceso de aprendizaje de los conocimientos geométricos en la escuela primaria abarca dos grandes momentos: una etapa sensorial, y otra que ocurre cuando el niño comienza a interiorizar; es decir, cuando desarrolla la capacidad de interiorizar las propiedades geométricas observadas, y con ello comienza el conocimiento geométrico, el verdadero aprendizaje de la Geometría. La interiorización requiere de una voluntad explícita de reflexionar sobre lo observado y ahí comienza el papel de la escuela para ayudar a niños y niñas a concientizar sus experiencias y a poner en marcha su pensamiento geométrico, lo que provoca su reflexión. En esencia, en este período, el niño debe construir el propio esquema mental del espacio, incorporando en

él, progresivamente, todas las nociones y propiedades descubiertas con su correspondiente vocabulario geométrico.

Es de destacar que los trabajos de W. Jungk (1982) reconocen la existencia de niveles del pensamiento matemático caracterizados en aritmética y geometría, que responden al grado de desarrollo físico y psíquico de los estudiantes. Esto se asume por la Dra. C. Rizo en su Tesis Doctoral (1987) en la concepción general del curso de Geometría (desde 4to hasta 6to grados) y que en resumen plantea:

- Las figuras geométricas se perciben en su totalidad y se diferencian mediante formas. No se observa la relación entre las figuras.
- Se reconocen las propiedades de las figuras. La figura es portadora de determinadas propiedades, la figura es identificada mediante esas propiedades. Aquí tiene lugar la descripción, aún no la definición.
- Se ordenan lógicamente las figuras. La figura se define mediante algunas propiedades, las demás se deducen. El alumno reconoce que la deducción es un medio efectivo para obtener conocimientos, pero al principio solo aplican la deducción "a menor escala".
- Se reconoce el significado de la deducción "a gran escala". Se elabora axiomáticamente una teoría geométrica (geometría euclidiana).
- Se pasa hacia sistemas abstractos deductivos. Los objetos y sus relaciones no son interpretables a priori (geometría n-dimensional).

Las consideraciones anteriores permiten concluir que estos autores asumen el pensamiento geométrico como una forma de pensar ante situaciones que requieren de los conocimientos, habilidades y capacidades geométricas y que potencia el desarrollo de ese pensamiento general y único de cada escolar.

La concepción de niveles, que permita al maestro tener un diagnóstico real del dominio de conceptos y procedimientos geométricos, constituye una premisa fundamental para la concepción del proceso de enseñanza aprendizaje de este contenido, y se corresponde con las exigencias que tiene hoy la clase contemporánea.

La determinación de los niveles de pensamiento geométrico que integra el modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos, se establecieron durante el proceso investigativo como:

- NIVEL 1: MATERIALIZACIÓN. El estudiante requiere de la percepción sensorial directa de objetos materiales o materializados que le posibilite memorizar rasgos esenciales, significados y relaciones.
- NIVEL 2: RECONOCIMIENTO. El estudiante observa y mediante el auxilio de preguntas activa su memoria, establece significados y relaciones entre significados.
- NIVEL 3: ELABORACIÓN. El estudiante razona ante situaciones de relativa complejidad y en algunos casos resuelve problemas.

Estructura y análisis del modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos del II ciclo de la escuela primaria



Escala valorativa por niveles:

- **NIVEL 1: MATERIALIZACIÓN:** con apoyo de un modelo visual: manipula objetos materiales o materializados; identifica propiedades teniendo los objetos materiales o materializados; establece relaciones geométricas sencillas a partir del trabajo con objetos materiales o materializados.
- **NIVEL 2: RECONOCIMIENTO:** basado en preguntas de apoyo, sin necesidad de un modelo visual: identifica propiedades esenciales, comunes y no comunes; explica propiedades de figuras,

cuerpos y movimientos; compara características de los diferentes conceptos geométricos; relaciona diferentes conceptos geométricos; clasifica teniendo en cuenta propiedades.

- NIVEL 3: ELABORACIÓN: basado en el trabajo independiente, a veces con algunos impulsos del maestro o de otros alumnos: identifica propiedades necesarias y suficientes; compara y clasifica diferentes conceptos geométricos; explica verbalmente los conceptos (definición); argumenta teniendo en cuenta las propiedades y resuelve problemas geométricos sencillos.

Dimensión	INDICADORES		
	Nivel 1 Materialización	Nivel 2 Reconocimiento	Nivel 3 Elaboración
Visual	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar diferentes figuras en un dibujo. - Reconocer información contenida en una figura o cuerpo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar figuras contenidas en otras. - Reconocer propiedades de figuras, movimientos o cuerpos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Interrelacionar tipos de figuras, cuerpos y movimientos. - Reconocer propiedades comunes a diferentes tipos de figuras, cuerpos y movimientos.
Verbal	<ul style="list-style-type: none"> - Asociar el nombre correcto con una figura, cuerpo o movimiento dado. - Interpretar frases que describen figuras, cuerpos, movimientos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Explicar adecuadamente propiedades de figuras, cuerpos y movimientos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Definir conceptos geométricos de objetos y relaciones.

La precisión de los conceptos y procedimientos generalizadores constituye otro elemento que le va a ofrecer al maestro una guía para el análisis de las posibilidades que brinda el actual currículo de geometría para la escuela primaria. La esencia de este aspecto está en que los maestros reconozcan los tres conceptos generadores de procedimientos en los contenidos geométricos de la escuela primaria y puedan hacer, en función de las posibilidades reales de sus estudiantes, las adecuaciones curriculares correspondientes siguiendo de cerca el objetivo central de las temáticas abordadas.

Y por último, el modelo prevé el empleo de alternativas didácticas, acorde a las particularidades individuales, sin perder de vista los objetivos, pero que responden a las exigencias de la escuela contemporánea. Se han previsto seis grupos de alternativas que son aplicables a todos los grados de escuela primaria, que no son excluyentes y que en esencia asumen las nuevas tendencias y prioridades del sistema educativo cubano.

A modo de resumen, el modelo didáctico abarca:

- La precisión de los niveles de pensamiento geométrico de los escolares del grupo de trabajo, haciendo énfasis en el comportamiento por niveles para planificar la atención a las diferencias individuales, desde el alumno que se encuentra en un primer nivel hasta el posible alumno talento.

- La organización de la dosificación del contenido a impartir en el grado, que tiene como conceptos generalizadores los de: figura geométrica, cuerpo geométrico y movimiento, para potenciar la asimilación de estos conceptos y los procedimientos que se generan en cada grado.
- La selección de los grupos de alternativas didácticas, las que tienen como premisa los objetivos a lograr y el diagnóstico de los niveles y presupone la puesta en práctica de la creatividad de cada docente, tanto para combinarlas como para enriquecerlas.

Bibliografía

- PROENZA GARRIDO, Y.: *Algunas aplicaciones de la enseñanza problémica. Resultados investigativos*. Holguín.
- : “La heurística y los procedimientos lógicos y su contribución al pensamiento geométrico”. En: *IX Reunión Latinoamericana y del Caribe de Educación Matemática*. La Habana.
- : “El Geoplano: un medio para enseñar a pensar”. En: *Pedagogía 99*. La Habana.
- : “La Geometría: una alternativa para su aprendizaje”. En: *Actas del Congreso Internacional de Matemática y Computación*, Cienfuegos.
- *et al.*: “El aprendizaje y el pensamiento matemático en la educación infantil: su tratamiento y exigencias en el modelo cubano actual”, en formato ppt.: <http://www.ilustrados.com/documentos/eb-aprendizajematematico.ppt>
- *et al.*: Un estilo matemático de pensar para resolver tareas docentes en los escolares primarios, en: <http://www.contexto-educativo.com.ar>