# Formação de professores de matemática.
## Tecnologias e o Teorema de Tales

GERSON PASTRE DE OLIVEIRA
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP – Brasil)

ROSANA PERLETO DOS SANTOS
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – Brasil

## 1. Introdução e aportes teóricos

Usar tecnologias em aulas de Matemática, sob orientação docente, não é trabalho que se realize sem crítica, conhecimento e reflexão. Esta pesquisa foi realizada[1] com a intenção de compreender aportes relativos à formação de professores em serviço, no trabalho com o Teorema de Tales e com tecnologias. Assim, este artigo evidencia os resultados mais relevantes apurados em uma pesquisa feita no contexto do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, e que teve por finalidade primordial investigar quais são as dificuldades e as possibilidades de professores de Matemática que empregam o *software* GeoGebra em tarefas didáticas envolvendo o Teorema de Tales. De maneira subsidiária, foi avaliado qual seria o papel das tecnologias no trabalho didático destes mesmos docentes. Tomaram parte desta investigação quatro professoras da rede pública do estado de São Paulo, atuantes no Ensino Fundamental, a partir do 6º ano. Desta maneira, as questões iniciais da perquirição aqui exposta buscavam, quanto ao posicionamento do problema de pesquisa originalmente levantado, responder a três propostas fundamentais:

- Quais são as possibilidades e as dificuldades de professores de Matemática ao utilizarem o software Geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales?
- Qual é a importância da utilização do software Geogebra no ensino do Teorema de Tales, no que se refere ao aspecto pedagógico?
- De que forma o professor de Matemática utiliza-se do computador para elaborar estratégias na abordagem de atividades que envolvem o Teorema de Tales?

Na análise das atividades propostas neste trabalho para as docentes, recorreu-se ao estudo das apreensões propostas por Duval (1988), ao trabalho de Chevallard (1991) sobre transposição didática, à pesquisa de Balacheff (1994), relacionada à transposição informática e aos trabalhos voltados para o uso de tecnologias na Educação em geral e na Educação Matemática em particular, tendo como base, neste caso, as pesquisas de Kenski (2007), Frota & Borges (2004) e Oliveira (2007; 2009).

Além disto, neste artigo, e na pesquisa a que o mesmo se refere de modo geral, as TICs podem ser vistas como mediadoras dos processos pedagógicos nos quais estão inseridas, e como partes de

[1] Esta pesquisa teve o apoio da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Bolsa Mestrado), da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) e do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

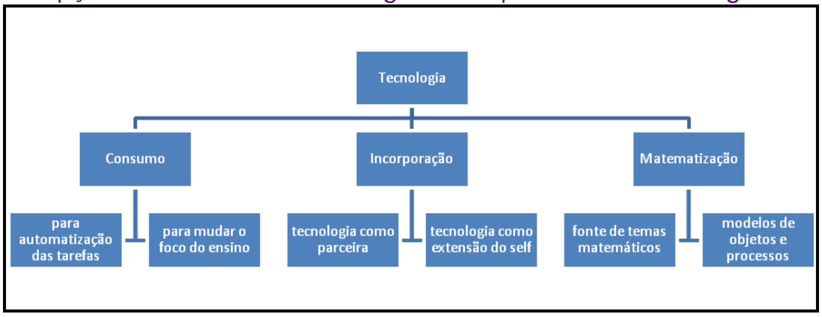
estratégias pedagógicas amplas, com uso de diversificados artefatos, mas com foco nas pessoas. Esta é a visão de Oliveira (2009), quando afirma que as tecnologias por si só não substituem a concepção dos processos e das estratégias, nem implementam ou melhoram as metodologias isoladamente. Isto pode ser feito, sim, mas a partir de um cenário em que as pessoas planejam e as usam para compor suas concepções do processo de ensino-aprendizagem, como suportes para ampliar as interações e os meios de experimentação, para pôr em foco cenários de construção dinâmicos e modificáveis, para implementar novas possibilidades de interação e de intervenção, entre outros propósitos.

De outro modo, e em consonância com o trabalho de Goos *et al* (2003), Frota e Borges (2004) identificam três concepções em relação ao uso de tecnologias na Educação Matemática, especificamente por professores em atuação e/ou em formação:

- *Consumir tecnologia* – os recursos tecnológicos são reconhecidos como poderosos para ensinar e aprender matemática. Neste passo, o sujeito acredita que os processos tecnológicos são capazes de modificar o ensino, tornando-o mais atrativo e motivador. Além disso, há o encantamento pela automatização das tarefas;
- *Incorporar tecnologia* – a tecnologia é tomada como ferramenta e instrumento cognitivo;
- *Matematizar tecnologia* – a tecnologia torna-se fonte de renovação para novas abordagens curriculares em Matemática, correlacionando os conteúdos matemáticos com as produções sociais e vice-versa.

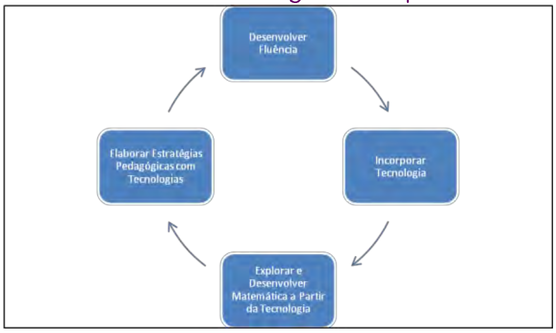
Os níveis supramencionados contam com subdivisões, na visão dos mesmos autores, o que pode ser visto na próxima figura.

Figura 1.
Concepções sobre o uso de tecnologias – adaptado de Frota e Borges (2004)




Ainda em relação aos níveis, Oliveira (2009) indica que os mesmos compõem um ciclo, de modo que o professor de Matemática pode, em distintos períodos de sua formação, revisitar níveis pelos quais já passou (quando procura incorporar novas técnicas ou desenvolver fluência sobre outras interfaces, por exemplo). A próxima figura ilustra esta asserção.

Figura 2
Concepções sobre o uso de tecnologias – adaptado de Oliveira (2009)




## 2. Abordagem metodológica

Na investigação relacionada a este artigo foi utilizada a metodologia qualitativa de análise, havendo observação informal a partir do contato sistemático com os sujeitos. Por meio da verificação do conteúdo das atividades realizadas pelos professores foi possível analisar fenômenos que possuem o que Laville e Dione (1999) chamam de multicausalidade, elemento típico de um cenário humano e suas complexidades. Desta forma, a abordagem qualitativa permite abarcar este universo humano e suas interações – neste caso, em particular, entre os professores sujeitos da pesquisa e as atividades matemáticas propostas. Outra questão importante que justifica a abordagem qualitativa é sua essência descritiva, fundamental para a compreensão dos fenômenos que surgem nesta pesquisa (Bogdan e Bliken, 1994, p.47; Oliveira, 2007, p.30).

Nesta investigação, ao submeter os sujeitos aos instrumentos de pesquisa e propor questionários para desvelar os perfis correspondentes, procurou-se pôr em evidência a maneira como os professores lidam com o tema "Teorema de Tales" em suas práticas cotidianas, bem como a influência das TICs e de estratégias a elas ligadas na compreensão e na propositura de métodos mais interativos e experimentais de construção do conhecimento. As participantes da pesquisa aqui descrita foram quatro professoras do Ensino Fundamental da rede pública do Estado de São Paulo (Brasil)[2]. As quatro professoras realizaram uma série de atividades, sendo que parte delas são descritas aqui, e responderam a um questionário, que permitiu identificar-lhes as características pessoais e profissionais.

Quadro 1.
Dados pessoais e relativos à formação/prática docente

| | Idade | Formação Acadêmica (Licenciaturas) | Formação Continuada | Experiência docente | Nível de ensino em que leciona |
|---|---|---|---|---|---|
| Professora A | 42 | Ciência e Matemática | Física | 15 anos | Médio |
| Professora B | 45 | Matemática | Não fez | 17 anos | Fundamental e Médio |
| Professora C | 21 | Matemática (cursando) | Não fez | 9 meses | Fundamental |
| Professora D | 31 | Matemática | Não fez | 6 anos | Médio |

[2] Com a finalidade de preservar a identidade das participantes, elas são identificadas por letras, de A, B, C, D.

Quadro 2.
Percepções sobre tecnologias digitais (TDs) na prática docente

| | Usa nas aulas? | Como classifica o uso de TD nas aulas? | Estratégias com uso de TD podem auxiliar os alunos? | Como as TDs podem auxiliar os estudantes no processo de aprendizagem de Matemática? |
|---|---|---|---|---|
| Professora A | Nunca | Difícil | Sim | Visualização e manipulação |
| Professora B | Algumas vezes | Difícil | Sim | Visualização e manipulação |
| Professora C | Nunca | Difícil | Sim | Não sabe |
| Professora D | Raramente | Difícil | Sim | Visualização |

Quadro 3.
Percepções sobre dificuldades dos estudantes (Teorema de Tales)

| | Divisão de segmentos em partes iguais ou proporcionais | Determinação geométrica da 4ª proporcional | Determinação geométrica da altura ou da base de triângulos equivalentes | Problemas relativos à semelhança |
|---|---|---|---|---|
| Professora A | Sim | Sim | Sim | Sim |
| Professora B | Sim | Não | Não | Não |
| Professora C | Não sabe | Não sabe | Não sabe | Não sabe |
| Professora D | Sim | Sim | Sim | Sim |

Quadro 4.
Percepções sobre o grau de dificuldade em relação ao currículo de Matemática da rede pública do Estado de São Paulo (Brasil)

| | Caderno do Professor | Caderno do Aluno | Os alunos estão no nível do questionamento proposto pelos cadernos? | Abordagem dos conteúdos nos cadernos (proposta, apresentação) |
|---|---|---|---|---|
| Professora A | Difícil | Difícil | Não | Muito difícil |
| Professora B | Fácil | Difícil | Raramente | Fácil |
| Professora C | Difícil | Difícil | Raramente | Difícil |
| Professora D | Difícil | Difícil | Não | Difícil |

Os dados tabulados nos quadros anteriores dão conta das percepções das professoras participantes acerca de dificuldades de aprendizagem dos estudantes, do uso de tecnologias digitais e do grau de dificuldade das propostas contidas no currículo escolar, inclusive quanto aos questionamentos existentes no material de trabalho de professores e alunos. Mais adiante, nas análises, é possível confrontar as opiniões levantadas pelas docentes com os resultados apontados na investigação.

# 3. Atividade realizada pelos professores participantes

## 3.1 O roteiro proposto às professoras tinha o seguinte enunciado:

> Construa um triângulo qualquer; Coloque um ponto D sobre um dos segmentos do triângulo;Trace uma reta paralela à base de modo que intercepte o ponto D; Insira o ponto de intersecção entre a reta e o triângulo diferente de D e nomeie de E;Meça as distâncias entre os vértices do triângulo e os pontos D e E; Movimente o ponto D: o que você observa? Divida os valores das distâncias dos mesmos segmentos[3]. Eles são proporcionais? Por quê? Se inserir mais um ponto F no mesmo segmento do ponto D e uma reta paralela à base, passando pelo ponto F, quais proporções podem-se estabelecer em relação às distâncias entre os pontos?

[3] Foi feita a orientação sobre que segmentos eram referidos.

Esta atividade corresponde à aplicação do teorema de Tales nos triângulos. Aqui, esperavam-se construções com diferentes triângulos quanto à classificação dos ângulos: acutângulo, obtusângulo e retângulo. As professoras não expressaram dificuldades para a construção seguindo o roteiro. Para Duval (1988), esta técnica para reprodução de figura é chamada de apreensão sequencial. Entretanto, no que diz respeito à intervenção matemática, algumas delas mostraram-se confusas sobre o conceito de razão e proporção. Neste ponto, identifica-se que a dificuldade apresentada é conceitual e ligada ao saber matemático, o qual, segundo Pais (2008), é constituído de noções objetivas, abstratas e gerais, permeadas de subjetividade e da particularidade humana.

A atividade mencionada era constituída de três momentos:

1. Obtenção da construção do triângulo ABC interceptado por uma paralela ( $BC \,//\, EC$ ) (itens 1 a 5).
2. Intervenção matemática para reconhecimento de propriedades pertinentes ao Teorema de Tales nos triângulos obtidos pela construção com o uso do GeoGebra (itens 6 a 8).
3. Exploração de paralelas que cortam um dos lados do triângulo construído, obtendo segmentos proporcionais em relação aos outros dois lados do mesmo triângulo.

Para os momentos supramencionados, pode-se dizer que o uso das tecnologias realizado pelas professoras não ultrapassou o primeiro nível que Frota e Borges (2004) denominam *consumo de tecnologia*, com exceção da professora D, que conseguiu manter a sincronia entre o saber matemático e o uso da tecnologia. Todas os participantes da pesquisa se adaptaram muito bem e não tiveram dificuldades em utilizar o instrumento, mas, dentre as quatro participantes, duas, ao final da atividade, não chegaram a conclusões pertinentes.

### Professora A

Em seguida, têm-se as respostas e construções referentes à Professora A.

No que diz respeito à professora A, a Figura 4 mostra dificuldades relacionadas aos conceitos de razão e proporção, como pode ser visto no item oito. A professora apresentou dificuldades para analisar a construção, já que respondeu às questões de modo a utilizar apenas o que observava no uso da interface. Além disso, não respondeu ao item sete da atividade, o que pode ter dificultado a representação das proporções. Com relação à ausência de resposta do item sete, na teoria de Duval (1988) sobre os obstáculos, pode-se dizer que a professora apresenta um obstáculo linguístico, uma vez que, segundo seu comentário, encontrou dificuldade em analisar parte de sua construção, ou seja, a leitura não verifica um componente básico. Nota-se que a professora em questão apresenta dificuldades no que tange aos conceitos matemáticos de razão e proporção, que seriam fundamentais para trabalhar com o Teorema de Tales. A questão aqui levantada pode referir-se à dificuldade do sujeito em mobilizar tais conhecimentos para assumir a realização da atividade como uma tarefa que lhe cabe, ou seja, dificuldades diante de uma situação adidática (Brousseau, 1987; Oliveira, 2009).

Figura 3.
Construção da Professora A

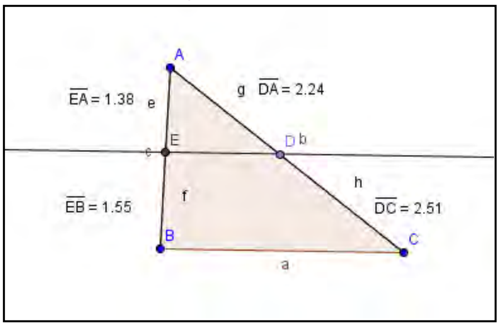



Figura 4.
Respostas da Professora A

6. Movimente o ponto D, o que você observa?
São paralelas as retas d e a.

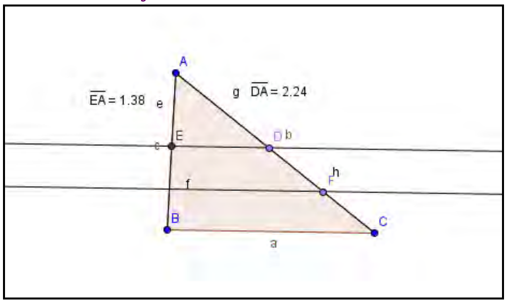
7. Divida os valores das distâncias dos mesmos segmentos. Eles são proporcionais? Por quê?
Deixou em branco.

8. Se inserir mais um ponto F no mesmo segmento do ponto D e uma reta paralela a base passando pelo ponto F. Quais proporções podem-se estabelecer em relação às distâncias entre os pontos?

$$\frac{DA}{DF} \qquad \frac{AE}{DF} \qquad \frac{FD}{AD} \qquad \frac{DA}{FD} = \frac{AD}{DF}$$

Neste mesmo contexto, Sobrinho (2009), em sua pesquisa, faz um levantamento do ensino de Matemática ao longo dos tempos e afirma que havia um enfoque maior nos conteúdos específicos, com pouca ou nenhuma preocupação com a metodologia. Depois, a partir da lei de diretrizes e bases de 1988 (Brasil, 1988), houve uma inversão que passou a dar ênfase à formação pedagógica em detrimento do conhecimento disciplinar específico, o que enalteceu o "como ensinar" e deixou para segundo plano "o que ensinar". Pode-se aventar que a resposta dada ao item oito e à falta de resposta ao item sete sejam relativos aos conteúdos que ficaram em um segundo plano e a preocupação constante da professora A com o desenvolvimento de toda a atividade passou a ter em caráter de observar de que forma o *software* poderia auxiliar, em sua mediação, na construção do sentido do conteúdo matemático em questão.

Figura 5.
Construção da Professora A – item 8




## Professora B

Nos parágrafos seguintes, tem-se a análise das respostas e as construções da professora B.

Figura 6
Construção da Professora B

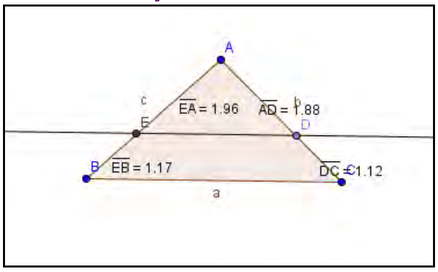



Figura 7.
Respostas da Professora B

6. Movimente o ponto D, o que você observa?

Os segmentos são proporcionais.

7. Divida os valores das distâncias dos mesmos segmentos. Eles são proporcionais? Por quê?

$$\frac{EA}{EB} = 1{,}7 \qquad \frac{AD}{DC} = 1{,}7$$

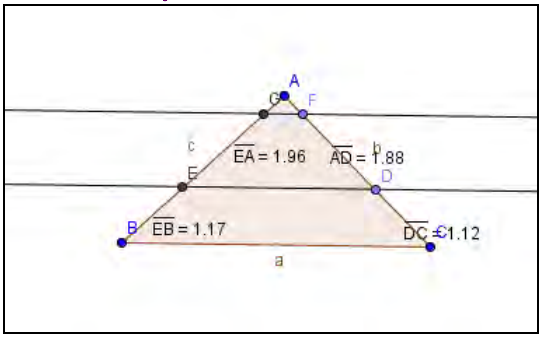
Ambos são proporcionais. Toda vez que temos uma reta paralela com a base de um triângulo pode-se utilizar essa propriedade. (Teorema de Tales).

8. Se inserir mais um ponto F no mesmo segmento do ponto D e uma reta paralela à base passando pelo ponto F. Quais proporções podem-se estabelecer em relação às distâncias entre os pontos?

$$\frac{AE}{AG} = \frac{AD}{AF} \qquad \frac{GE}{FD} \qquad \frac{GB}{FC}$$

A professora B, ao longo do desenvolvimento da atividade, se mostrou apreensiva com a expressão “proporcionais”. A princípio, com a observação da construção obtida, conseguiu identificar os segmentos proporcionais. Neste momento, entende-se que a participante identificou o domínio da validade epistemológica (Balacheff, 1994 apud Oliveira, 2009) da atividade, enquanto professora. Contudo, em seguida, demonstrou insegurança quanto ao que são razão e proporção – nota-se que isto ocorreu pelo fato de a professora ter identificado a proporção na igualdade do item oito mas, ao mesmo tempo, ter salientado duas razões que também eram proporcionais sem o sinal de igualdade. De acordo com Chevallard (1991), tal fato denota que à professora faltou uma referência mais adequada do ponto de vista do saber matemático formal, ainda que ela possa conhecer aportes sobre o tema do ponto de vista do saber ensinar, o qual não é um saber independente das instâncias formais do conhecimento matemático, tendo com ele ligações que devem ser de toda forma identificáveis, mesmo após sofrer adaptações singulares.

Figura 8.
Construção da Professora B – item 8




## Professora C

A partir deste ponto, são analisadas as respostas e as construções da professora C.

Figura 9.
Construção da Professora C

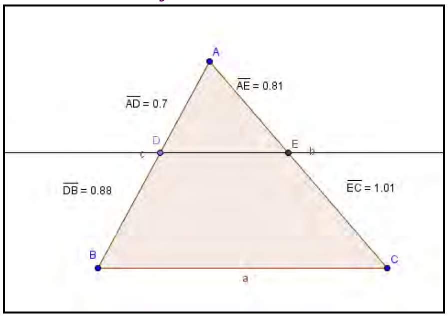



Figura 10.
Respostas da Professora C

6. Movimente o ponto D, o que você observa?
Podemos observar que embora movimentemos o ponto D a reta continue paralela, o que varia é o tamanho dos segmentos.

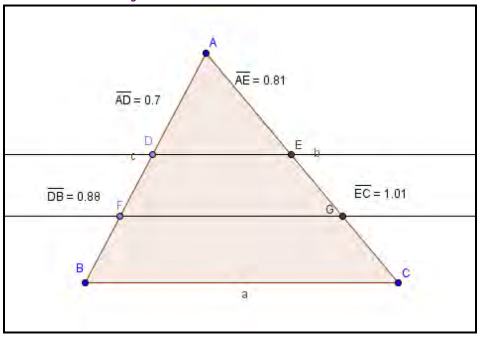
7. Divida os valores das distâncias dos mesmos segmentos. Eles são proporcionais? Por quê?
Sim, porque as retas são paralelas, o que torna o tamanho do segmento indiferente em uma proporcionalidade. Sendo essa as propriedades para aplicar o Teorema de Tales.

8. Se inserir mais um ponto F no mesmo segmento do ponto D e uma reta paralela à base passando pelo ponto F. Quais proporções podem-se estabelecer em relação às distâncias entre os pontos**?**
Sempre podemos estabelecer relação de proporção com os segmentos que estão entre as mesmas retas.

$$\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{DB} \qquad \frac{AF}{EB}=\frac{AG}{GC} \qquad \frac{DF}{FB}=\frac{EG}{GC}$$

A professora C demonstra reconhecimento conceitual no que diz respeito à razão e à proporção: a participante chega a conclusões que podem ser consideradas corretas, no âmbito desta pesquisa. Às vezes, não expressa as ideias com clareza, mas durante a realização das atividades, pode-se perceber que a professora em questão se manteve ligada ao assunto abordado, o que significa que ela não perdeu a referência em relação ao conteúdo matemático. Quando responde ao item seis desta atividade, apresenta uma linguagem informal, mas vê-se que identifica que as retas são paralelas, independentemente da altura que ocupem no triângulo ABC. Do ponto de vista das apreensões de Duval (1988), a professora em questão estabelece uma apreensão perceptiva, porque interpreta a construção obtida no *software* com coesão. E com relação ao uso das tecnologias, pode-se afirmar que a professora mencionada se encontra no primeiro subnível de *incorporar tecnologias*, no qual, segundo Frota e Borges (2004), a tecnologia se apresenta como mediadora.

Figura 11.
Construção da Professora C – item 8




## Professora D

A seguir são realizadas as análises das respostas e as construções realizadas pela professora D.

Figura 12:
Construção da Professora D

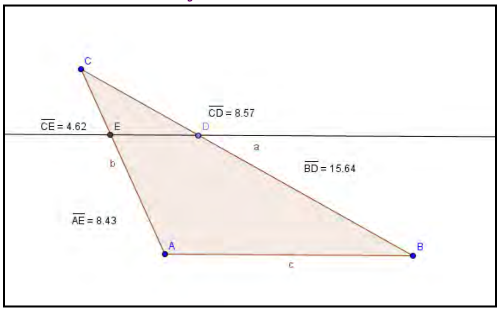



Figura 13.
Respostas da Professora D

6. Movimente o ponto D, o que você observa?

Que o ponto D é limitado pelo segmento DE e permanece paralelo ao AB em toda a extensão do movimento do ponto D.

7. Divida os valores das distâncias dos mesmos segmentos. Eles são proporcionais? Por quê?

$$\frac{CE}{AE} \cong 0{,}55 \qquad \frac{CD}{BD} \cong 0{,}55$$

Sim. Porque são interceptados por paralelas fazendo valer a proporcionalidade pelo Teorema de Tales nos triângulos.

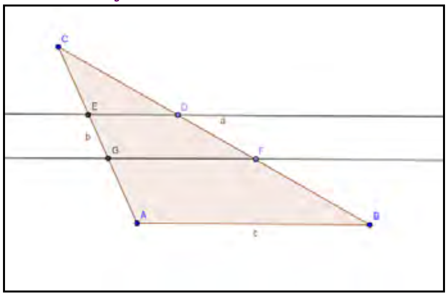
8. Se inserir mais um ponto F no mesmo segmento do ponto D e uma reta paralela à base passando pelo ponto F. Quais proporções podem-se estabelecer em relação às distâncias entre os pontos?

Temos os segmentos $\overline{CE}$, $\overline{EG}$, $\overline{AG}$, $\overline{AC}$, $\overline{AE}$, $\overline{GC}$ contidos no lado b do triângulo, $\overline{CD}$, $\overline{CF}$, $\overline{BC}$, $\overline{DF}$, $\overline{BF}$, $\overline{BD}$ contidos no lado a do mesmo triângulo e os segmentos DE e FG paralelos à base c do triângulo, com isso temos 30 razões possíveis referentes aos segmentos do lado a e 30 do lado b, totalizando 30 proporções, entre elas: $\frac{CE}{EG} = \frac{CD}{DF}$ e $\frac{CE}{AG} = \frac{CD}{BF}$.

A professora D mostrou que domina os conceitos de razão e proporção e deixa em evidência que são várias as proporções que se pode obter em relação às distâncias entre os pontos. A mesma professora faz um levantamento das possíveis proporções e é a única que responde exatamente ao que foi perguntado na sequência.

De acordo com os critérios de análise usados nesta pesquisa, pode-se dizer que a professora D já incorporou a tecnologia como extensão do *self* (Frota e Borges, 2004): para ela a tecnologia faz parte do processo. O conhecimento mobilizado para esta atividade percorre todas as apreensões de Duval (1988), pois reproduziu a figura por intermédio do roteiro enunciado (sequencial), interpretou e traduziu os segmentos na situação (perceptiva e discursiva) e compreendeu as modificações sofridas no decorrer da manipulação da construção por intermédio do *software* (operatória).

Figura 14.
Construção da Professora D – item 8



## 4. Considerações finais

As participantes da pesquisa demonstraram, ao longo das atividades, distintos níveis de compreensão, tanto no que tange ao *software*, visto como interface mediadora, como no que diz respeito ao conteúdo matemático em si. O uso do GeoGebra permitiu evidenciar algumas dificuldades, bem como possibilidades de planejamento e composição de estratégias pedagógicas por parte dos professores.

A professora A, por exemplo, demonstrou repetidas inseguranças em relação ao tema "Teorema de Tales", evidenciando a possibilidade de cometer alguns erros conceituais em situações didáticas reais. Neste caso, o GeoGebra permitiu, em um primeiro momento, que estes problemas fossem identificados, o que pode levar a professora a aprofundar seus estudos e a corrigir esta deficiência. Por outro lado, as dificuldades didáticas que surgiram, posteriormente, no discurso desta professora, evidenciaram que ela não enxergou possibilidades de avançar em relação às práticas atuais, refinando o uso da tecnologia aqui analisada como forma de elaborar estratégias diferenciadas de ensino, mas como forma de destacar roteiros e realizar aplicações, o que, rigorosamente, faz de forma habitual através de exposições tradicionais. Quando convidada a preparar aulas com uso do GeoGebra, a professora declarou que treinaria alguns alunos por um período, e que eles a ajudariam e permaneceriam às suas ordens. Esta preocupação destaca a disposição de restringir o uso do aplicativo a situações controladas, o que lhe permitiria estreitar o domínio da validade didática a situações conhecidas e confortáveis, em relação ao seu conhecimento. Não menciona estratégias, especificamente, mas relaciona roteiros, o que, na visão de Frota e Borges (2004), poderia criar situações de dependência dos alunos em relação ao *software*. O GeoGebra, aliás, ao não ser visto como possível componente de uma estratégia mais ampla, resta como extensão das práticas atuais da professora e como distinto suporte para idênticas construções em relação à sala de aula. Além disso, a professora A, em suas manifestações, não ultrapassou o nível de apreensão figural de caráter sequencial.

A professora B apresentou grande entusiasmo ao deparar-se com as possibilidades oferecidas pela mediação do *software*, o que, inclusive, fez com que não tivesse muita atenção ao preencher os protocolos. Apesar de mostrar um amplo domínio da forma didática de apresentação do tema, também faltou à professora uma maior fluência sobre o conteúdo matemático de referência. Ainda assim, a trajetória desta professora ao trabalhar com as atividades mostrou uma relação entre o domínio do saber em construção e a desenvoltura na manipulação das interfaces tecnológicas: convidada a preparar aulas com uso do programa computacional, a professora B não se preocupou demasiadamente com o controle, como fez a colega professora A, mas desenvolveu atividades com base em uma estratégia pedagógica que tem pontos bastante notáveis, como a possibilidade de permitir aos estudantes momentos de discussão e de reflexão sobre o saber em construção. Pode-se afirmar, aqui, que a professora B percebe seu papel, do ponto de vista do domínio da validade didática, uma vez que seu discurso e suas produções ressaltam que se sente segura em relação ao conhecimento que possui. Na maior parte das atividades, a professora demonstra a possibilidade de incorporar as tecnologias utilizadas em suas práticas. No que tange às percepções figurais, em processo de apreensão, a professora avança até o nível perceptivo.

No caso da professora C, observou-se que a mesma apresentou possibilidades de uso das interfaces em sua prática docente de forma a incorporar as tecnologias. Com relação ao *software* em si, a professora indicou entendê-lo como importante interface na mediação do conhecimento matemático no contexto de um processo de ensino-aprendizagem, inclusive, em sua fala, afirmando que "se tivesse contato com *software*s deste tipo na faculdade, algumas propriedades ficariam muito mais fáceis de entender". Não obstante, ao constituir uma estratégia de uso didático, manteve a relevância da aula expositiva como recurso principal. Além disso, quando indica as atividades, usando o GeoGebra no contexto de sua estratégia, acaba por priviegiar mais a fluência relativa à interface do que a relativa ao tema matemático em si, inclusive permancendo relativamente distante da proposta curricular de referência. Uma reflexão mais aprofundada sobre os usos e a continuidade da prática, nova para ela, poderiam concorrer para transformar suas concepções em direção de um uso mais integrado à proposta curricular e com ênfase no tema matemático, reconhecendo as interfaces em seu papel mediador de maneira mais efetiva. Quanto à apreensão figural, a professora não avança além daquela de caráter perceptivo.

A professora D demonstrou domínio em relação ao "Teorema de Tales" em todas as atividades propostas durante a oficina, não apresentando nenhuma dificuldade perceptível. Semelhante fato indica a possibilidade de que esta professora elabore estratégias pedagógicas com uso de TICs para seus alunos de forma eficiente, ou seja, reconhecendo as interfaces tecnológicas como elementos mediadores do processo de ensinar e aprender, mantendo o foco no conteúdo matemático e no perfil dos estudantes. A professora em questão, durante as atividades, mostrou saber aproveitar o *software* GeoGebra em suas principais características. Durante a oficina, com relação a este aspecto, observou-se que a interface computacional representava, para aquela professora, uma extensão de seu conhecimento. Diferente das outras professoras, evidenciou pretender disponibilizar o *software* para os alunos utilizarem em outras atividades, independentemente do assunto, o que implica pensar na autonomia dos mesmos em relação ao uso desta tecnologia. A professora D mostra uma preocupação de que os alunos incorporem a tecnologia em suas práticas educacionais. Quanto aos níveis de apreensão figural, esta professora conseguiu percorrer todos os propostos por Duval (1988), indo desde apreensões sequenciais até aquelas de caráter operatório em alguns pontos das atividades.

Pode-se perceber, também, que o perfil de cada professor que utiliza elementos tecnológicos em suas práticas influi decisivamente nas vantagens que pode auferir para si e/ou proporcionar aos seus estudantes, bem como nas dificuldades que podem ser encontradas na trajetória que eventualmente propuser para suas aulas. Isto ficou evidente neste trabalho, e pode ser constatado nas diferentes intervenções realizadas pelas professoras. Assim, como possibilidades relacionadas às estratégias pedagógicas com uso de tecnologias em aulas de Matemática – e, mais precisamente, na abordagem do tema "Teorema de Tales" – pode-se destacar:

- A possibilidade de criação de aulas mais dinâmicas, estabelecidas com o propósito de incentivar a experimentação e a análise investigativa das construções obtidas, no âmbito da abordagem geométrica do conteúdo;
- Como consequência da possibilidade anterior, permitir o avanço em níveis mais completos de apreensão figural;
- Desenvolvimento da autonomia do estudante, à medida que ele é convidado a experimentar e a usar os resultados das conjecturas que porventura ele fizer na obtenção de novos conhecimentos relativos ao tema matemático em estudo;
- A integração das propostas curriculares de referência à realidade cotidiana dos estudantes, ou seja, com aquilo que apresentam como desenvolvimento cognitivo – vale dizer, isto representa uma aproximação, em termos de transposição didática, do saber proposto (a ensinar) com o efetivamente realizado (saber ensinado).

As dificuldades encontradas, dependendo do perfil de cada professor, são, sinteticamente:

- A manutenção de velhas práticas de exposição como "âncoras" do trabalho didático – ainda que relacionando o uso das tecnologias, a maioria dos professores da pesquisa indicou a transmissão como principal recurso de abordagem do tema matemático;
- Problemas relativos à mobilização do saber matemático de referência, por parte dos professores – em várias ocasiões, foram detectadas dificuldades relativas a este saber, que foram decisivas, inclusive, para o alinhamento de estratégias que não se desprendiam da exposição como recurso principal. Mesmo o saber didático, por assim dizer, entendido como aquele que já sofreu transformações adaptativas desde o saber acadêmico para ser usado em processos de ensino, apresentou discrepâncias em alguns casos. Pode-se afirmar que o conhecimento matemático é essencial para o professor como elemento de referência na elaboração de estratégias pedagógicas mais eficientes com o uso de tecnologias.
- No que se refere à importância do uso do GeoGebra para o ensino do Teorema de Tales, entende-se que sua principal relevância não reside no *software* em si, mas nos procedimentos engendrados pelos professores para utilizá-lo como elemento mediador das aprendizagens, ou seja, a estratégia didática do professor é que, ao usar o *software*, cria possibilidades de maior experimentação das construções e de autonomia. Vale dizer, mais uma vez, que o conhecimento matemático do professor é essencial para que a estratégia seja efetiva:

problemas relativos aos conteúdos de referência tendem a fragilizar a estratégia, transformando-a em apêndice de práticas tradicionais.

Quanto ao uso do computador – e do *software* GeoGebra – na criação de estratégias pedagógicas para o ensino do Teorema de Tales, estas considerações apoiam-se nas anteriores: professores com maior segurança nos conteúdos matemáticos tendem a explorar melhor as potencialidades do *software*. Do ponto de vista da apreensão figural, inclusive, a solidez do conhecimento dos professores parece indicar um avanço para níveis mais avançados, como foi o caso da professora D. Evidentemente, deve-se considerar certo histórico de uso das interfaces e questões de fluência, que não foram objeto de análise neste trabalho, mas que podem servir de indicação para futuras perquirições.

## Referências bibliográficas

BALACHEFF, Nicholas (1994). Didactique et Intelligence Artificielle. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, v. 14, n. 1. 2, Grenoble: La Pensée Sauvage. Éditions. p.9-42.

BOGDAN, Robert C. e BLIKEN, Sari. K (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Terceiro e Quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: SEF.

BROUSSEAU, Guy (1987). Fondements et méthodes de la didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n.7.2, Grenoble: La Pensée Sauvage Editions. p.33-115.

CHEVALLARD, Yves (1991). *La transposition didactique*: du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Penseé Sauvage.

DUVAL, Raymond (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences Cognititives*, v.1. Strasbourg: IREM. p. 57-74.

DUVAL, Raymond (1995). *Sémiosis et pensée humaine*: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Paris: Peter Lang S. A.

FROTA, Maria C. R. e BORGES, Oto N (2004). Perfis de Entendimento sobre o Uso de Tecnologias na Educação Matemática. In: *Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*, 27a , Caxambu, MG, 2004. Sociedade, Democracia e Educação. Rio de Janeiro: ANPED.

GOOS, Merrilyn *et al* (2003). Perspectives on technology mediate learning in secondary school mathemaTICs classrooms. *Mathematical Behavior*, n. 22. New Brunswick: Elsevier. p.73-89.

KENSKI, Vani M (2007). *Educação e tecnologias*: o novo ritmo da informação. Campinas: Papirus.

LAVILLE, C. e DIONNE, J (1999). *A construção do saber*: manual de metodologia de pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre: Editora UFMG – Artmed.

OLIVEIRA, Gerson P (2009). Transposição didática: aportes teóricos e novas propostas. In: Geraldina Porto Witter; Ricardo Fujiwara. (Org.). *Ensino de ciências e matemática*: análise de problemas. São Paulo: Ateliê Editorial.

OLIVEIRA, Gerson P (2007). Colaboração e multidimensionalidade como elementos para a avaliação da aprendizagem em cursos on-line. *Revista de Ciências Exatas e Tecnologia*, v. 2. Jundiaí: FPJ. p. 30-45.

PAIS, Luiz C (2008). *Didática da Matemática*: uma Análise da Influência Francesa. 2. Ed. 2. Reimp. – Belo Horizonte: Autêntica.

SOBRINHO, Mario T. A. (2009). *De que forma os professores que ensinam matemática nas séries iniciais interagem com as tecnologias audiovisuais nos programas de Educação continuada?* Dissertação de Mestrado: Educação. São Paulo: UNESP.