

Indicaciones para el logro de competencias geométricas con una visión holística del Álgebra Lineal y la Geometría Analítica en los estudiantes de Arquitectura y de Ingeniería de la Universidad de Camagüey

MARÍA LOURDES RODRÍGUEZ
ISABEL YORDI
CILA MOLA REYES
REINALDO SAMPEDRO
Universidad de Camagüey, Cuba

Introducción

A finales de los años cincuenta y comienzos de la década de los sesenta del siglo XX, se produce un cambio curricular importante en la enseñanza de la Matemática, conocida como la nueva Matemática o la Matemática moderna durante el seminario de Royamount, celebrado en 1959, con las intervenciones de los eminentes matemáticos franceses Jean Diudonné y G. Choquet. Se realizaron recomendaciones que llevaron a cambios curriculares en diferentes países y de diferentes maneras.

La idea, en principio, parecía bastante lógica y coherente. Por un lado, se pretendía transmitir a los alumnos el carácter lógico-deductivo de la Matemática y al mismo tiempo unificar los contenidos por medio de la teoría de conjuntos, las estructuras algebraicas y los conceptos de relación y función de la Matemática Superior. Todo lo anterior trajo a las escuelas el formalismo y la absolutización de la teoría de conjunto; limitando el trabajo con la Geometría Elemental; en particular, la intuición espacial en la estereometría, ya que por su carácter formalista la Matemática Moderna abogaba por la profundización en el rigor lógico y no en la intuición ni en la visualización.

Desarrollo

Al profundizar en el rigor lógico y en la comprensión, se contrapuso ésta a los aspectos operativos y de manipulación, lo que condujo al énfasis en la fundamentalización a través de las nociones iniciales de la teoría de conjuntos y del Álgebra, donde el rigor es fácilmente alcanzable. La Geometría es mucho más difícil de fundamentar rigurosamente a través de un lenguaje formal que el Álgebra.

Revista Iberoamericana de Educación

ISSN: 1681-5653

n.º 49/4 – 10 de mayo de 2009

EDITA: Organización de Estados Iberoamericanos
para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI)



Con respecto a las actividades docentes, la consecuencia fue la carencia de problemas interesantes que tanto abundan en la geometría elemental, los cuales se sustituyeron por ejercicios muy cercanos a la mera tautología y reconocimiento de nombres, que es, en buena parte lo que el Álgebra puede ofrecer a nivel elemental (De Guzmán, 1993).

El objetivo pedagógico en esa época era el de poner a disposición de los estudiantes un número reducido de herramientas matemáticas potentes respetando en todo momento el rigor matemático. Se planteaba que si los estudiantes tenían tales herramientas generales, entonces podrían aplicarlas en muchas situaciones diferentes y además era más fácil de comprender. (Douady, 1995).

Derivada de la llamada Matemática moderna, surgió un nuevo movimiento que constituyó un modelo estructural de la enseñanza del Álgebra Lineal y otras ramas de la Matemática. Este enfoque llamado Bourbakista, recomendaba dar más énfasis a las estructuras y al lenguaje formal. En esta propuesta se reconocía la importancia de alcanzar la presentación formal de las ideas matemáticas (Santos Trigo, 1997).

Se puede decir que las desventajas surgidas con la introducción del modelo estructural superaron las cuestionables ventajas que se había pensado conseguir con el rigor en la fundamentalización y la comprensión de las estructuras algebraicas. El exceso de información, dirigida previamente o preparada por el profesor, no le da la posibilidad al estudiante de razonar con la profundidad necesaria (Caobilla, 1997).

A finales de los sesenta y principios de los setenta quedó claro que la nueva Matemática había sido un fracaso: los alumnos no aprendían los conceptos y seguían sin dominar las rutinas básicas del cálculo, por lo que se producen nuevos movimientos renovadores. Entre estos movimientos nos referiremos a los conocidos como retorno a lo básico y al de resolución de problemas.

El retorno a lo básico (Back to Basic), supuso para la enseñanza de la Matemática retomar la práctica de los algoritmos y procedimientos básicos de cálculo (Santos Trigo, 1997) donde se priorizaban los ejercicios operacionales sin poner énfasis en la esencia del contenido, lo que trajo por consecuencia que los estudiantes tuvieran una visión formal de la Matemática. Este movimiento daba mucha importancia al manejo de las operaciones y procedimientos algorítmicos y constituyó para el Álgebra un modelo operatorio de enseñanza.

Posteriormente, se hizo evidente que tal retorno a lo básico no era la solución a la enseñanza de la Matemática ya que este modelo tampoco hace énfasis en el desarrollo cognitivo de los estudiantes. Los alumnos, en el mejor de los casos, aprendían de memoria los procedimientos sin comprenderlos, dando paso a la principal tendencia en la enseñanza de la Matemática en los últimos tiempos; la resolución de problemas.

De todo lo expuesto hasta el momento, se puede concluir que el pensamiento geométrico ha ido decreciendo en las últimas décadas en la enseñanza de la Matemática en la primaria, la secundaria y el preuniversitario; ya que es necesario enseñar "algo más básico y profundo que es el cultivo de aquellas porciones de la Matemática que provienen y tratan de estimular la capacidad del hombre para explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura y la forma básica"

En la actualidad hay un acuerdo bastante unánime en todos los países, sobre los principios siguientes:

- 1) Para los más jóvenes, la enseñanza de la geometría no puede ser deductiva, debe ser una instrucción basada en la observación; su objetivo es la elaboración de los conceptos fundamentales a partir de la experiencia (es decir, geometría euclidiana).
- 2) Para el matemático, la manera más elegante, la más profunda, la más rápida, de definir el plano (o el espacio), es definirlo como espacio vectorial sobre \mathbb{R} , con dos (o tres) dimensiones, provisto de un producto escalar, es decir, de una forma bilineal simétrica $u \cdot v$ tal que $u \cdot v > 0$ para todo vector $u \neq 0$.

Se considera que la concepción del currículo de Geometría en la escuela cubana (Rizo, 1987, 1989, 1990) se sustenta, con plena vigencia, en estos objetivos generales para el aprendizaje de los contenidos geométricos y se organiza en tres etapas fundamentales: un ciclo inicial o propedéutico que abarca la enseñanza preescolar y hasta el cuarto grado de la escuela primaria, con un estudio intuitivo; una de estudio racional o deductiva que comienza en los grados quinto y sexto de la escuela primaria y se extiende hasta los grados de secundaria básica; y una tercera etapa de complementación.

En Matemática, en general, se tienen los modelos de enseñanza fundamentados en la resolución de problemas, donde los problemas son usados como medio, objeto y método. Como medio ya que se usan como el instrumento adecuado para la introducción de temas, el desarrollo de métodos y en general la formación de algunas habilidades; como objeto, pues el propósito principal –en las actividades del proceso de enseñanza aprendizaje– es la resolución de problemas; y como método ya que mediante dichos problemas se posibilita la introducción de métodos, procedimientos, etc., siendo el método por problemas, el principal método de enseñanza utilizado.

En la Educación Primaria hay tendencias específicas en algunas literaturas, para la enseñanza de los contenidos geométricos, que de manera resumida se pueden expresar de la siguiente manera:

- *Utilización del modelo de Van Hiele* (Jaime y Gutiérrez, 1996): consiste en medir los niveles de razonamiento geométrico en los escolares, con el objetivo de lograr un aprendizaje comprensivo de la Geometría desde los primeros grados.
- *La ubicación espacial* (Saiz, 1997): consiste en mostrar situaciones de utilización del vocabulario espacial, situaciones donde es necesario realizar alguna acción a partir de las informaciones espaciales provistas por el docente o el autor del libro.
- *Aprendizaje acerca del espacio* (Bishop, s/f): consiste en mostrar que las ideas geométricas espaciales que se les enseñan en la escuela no son ajenas a lo que aprenden en la casa o en el mundo real que los rodea.
- *Las manipulaciones geométricas* (Brenes, 1997): consiste en mostrar que la utilización de figuras geométricas ayuda a desarrollar la percepción espacial en los estudiantes, lo que les permite una mejor comprensión del mundo que los rodea y de las Ciencias Exactas y Naturales.

- *Utilización de materiales concretos* (Castro, 1997): consiste en el uso de objetos geométricos contruidos por los maestros con el objetivo de desarrollar destreza y comprensión en la construcción de conceptos básicos elementales de la Geometría.

Otro modelo de enseñanza de la Geometría es el propuesto por la Dra. M. L. Rodríguez en su tesis de grado científico sobre el modelo holístico para el proceso enseñanza aprendizaje de la Geometría para arquitectos. El mismo tiene su base en el método sistémico y enriquece el modelo de Van Hiele. Donde le aporta al Modelo de Van Hiele: su primer elemento la integración de los contenidos geométricos; a los niveles de razonamiento: los indicadores con sus acciones y sus operaciones que permiten medir en el nivel que se encuentran los estudiantes de la carrera de Arquitectura, y las fases de enseñanza aprendizaje se establecen en función de dar las indicaciones metodológicas necesarias para ejecución y control del proceso.

“Lo holístico de este modelo se encuentra en lo que ocurre en el todo (la realidad donde va a actuar el Arquitecto) no se deduce de los elementos individuales (las disciplinas que conforman el plan de estudio de dicha carrera), ni de su composición, sino al revés, lo que ocurre en el todo lo determinan las leyes internas de estructuración de ese mismo todo (la Arquitectura). El proceso enseñanza aprendizaje de la Geometría para arquitectos, con esta nueva propuesta se desarrolla partiendo de las necesidades técnicas y sociales que va a enfrentar en su futura profesión; de esta forma el estudiante siente la necesidad de aprender para así solucionar los problemas que la sociedad le va a exigir como profesional” (Rodríguez, 2007, p. 425).

Este modelo al partir de la realidad de actuación totaliza también todo el campo de acción de la Geometría para Arquitectos sin hacer diferencias entre sus ramas, a través de la integración de los contenidos se generalizan las posibilidades que brinda la misma para el desempeño de la profesión, reflejándose a través de la geometría las leyes internas que rigen la carrera de Arquitectura. Este modelo brinda al profesor la posibilidad de enfocar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en aprovechar los puntos de contacto que poseen todas las ramas de la Matemática, y en el caso particular de la Geometría.

Por otra parte, en el Álgebra Lineal los principales objetos de estudio lo constituyen las matrices, los sistemas de ecuaciones lineales, los vectores y las formas algebraicas, los que han evolucionado y se han enriquecido a través de su historia, donde la relación símbolo-objeto presente en los mismos implica un cierto grado de abstracción a considerar.

En el estudio de los tres modelos de enseñanza del Álgebra (estructural, operacional y de resolución de problemas), la Dra Isabel Yordi constató que, o no se atiende el desarrollo cognitivo del estudiante (variables personales) o no se tiene en cuenta el efecto del profesor en el proceso de enseñanza aprendizaje. Como se ha denotado, existe una marcada lucha entre la fundamentalización y la operacionalización del Álgebra Lineal, además se observa la tendencia a algoritmizar procesos que, al aplicarse, poseen un marcado carácter heurístico

Según lo expresado, han sucedido muchas cosas en el ámbito de la enseñanza aprendizaje de la Matemática, en estos últimos treinta años, que han determinado cambios en la enseñanza de la Geometría, sobre todo la tendencia a no presentarla solo como una ciencia deductiva a partir de los Elementos de Euclides y del Álgebra Lineal, donde el modelo de enseñanza propuesto por Hernández (1989), en el que utiliza la resolución de problemas como medio a partir del cual se modelan los problemas mediante la

combinación lineal de vectores y se resuelven utilizando la eliminación gausseana, ha constituido una revolución en su enseñanza.

La conveniencia de mantener su enseñanza se debe a considerar:

- *La geometría como fuente de intuiciones.*
Muchas ramas de la Matemática se han encontrado o fueron construidas mediante profundizaciones de intuiciones geométricas. La visualización de un sistema de ecuaciones lineales como rectas o planos facilita la comprensión y ayuda a aprehender la teoría. Muchas veces, en la primera etapa de la resolución de problemas, hacemos uso de los dibujos que nos ayudan a intuir las posibles soluciones.
- *La geometría como iniciación en el pensamiento formal.*
Quizás ninguna rama de la Matemática se presta como la Geometría para pasar de lo concreto a lo abstracto y de ello a lo formal, quizás porque en ninguna parte se refiere a algo más concreto que ella, el espacio físico.
- *La geometría como fuente para el desarrollo de diferentes formas de pensamiento.*
La elección de problemas, tanto abiertos como la demostración para ejercitar al alumno en el razonamiento formal, pueden aportar distintas estrategias o modos de razonamiento: generalización, inducción y analogía.
- *La geometría como una esfera sensible a multitud de procedimientos y habilidades.*
Ejemplos de procedimientos y habilidades son, entre otros: la percepción, la deducción, la imaginación, la intuición, y entre las habilidades: dibujar, representar, construir figuras y modelos, armar y desarmar.

Mientras, a través del estudio de las matrices, los vectores y las formas algebraicas, el Álgebra Lineal brinda un simbolismo adecuado que favorece el desarrollo del pensamiento algebraico, por este motivo, en la historia del álgebra tienen importancia no sólo la historia de los conceptos sino también el sistema de símbolos utilizados para poder expresarlos. Entre las teorías del Álgebra existe una gran interrelación, hasta tal punto que los principales conceptos pueden ser interpretados por sus diferentes teorías.

Por otro lado; en la enseñanza superior se trabaja para buscar formas más adecuadas de afrontar los nuevos retos de la Enseñanza de la Matemática. Nuestros especialistas en Educación Matemática, como parte ininterrumpida del perfeccionamiento de su enseñanza, al conformar los planes y programas de estudio, van hacia la tendencia de encontrar una vinculación de la Geometría y el Álgebra Lineal a través de:

- La resolución de problemas.
- La utilización de calculadoras o computadoras gráficas.
- La resolución de tareas extradocentes.

En cualquiera de estas tendencias se plantea la necesidad de una dirección en la que no se acepta el carácter estático de las Matemáticas sobre la base de considerar esta como un conjunto de hechos, algoritmos, o reglas que el alumno debe conocer, memorizar o ejercitar. En este caso, la propuesta principal en la actividad cae en una enseñanza basada en la solución de problemas sobre la base de la discusión, la participación activa del alumno, la vinculación entre las asignaturas de la propia Matemática.

Si se observan las diferentes investigaciones que se realizan, relacionadas con el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría y del Álgebra Lineal, existe una tendencia a que este proceso se desarrolle según las exigencias del mundo contemporáneo del siglo XXI donde el avance de la tecnología es cada vez más creciente; y que la Matemática que reciban este más cercana a su realidad de actuación, aspecto que no se ha logrado en su totalidad en los diferentes planes de estudio.

El sistema de educación cubano asume la alta responsabilidad de la formación de una cultura general integral de los estudiantes, ocupando un lugar primordial entre los componentes fundamentales e imprescindibles en la formación de las nuevas generaciones. La universidad debe consolidar y continuar la formación de los valores políticos, éticos y morales adquiridos en los niveles educativos precedentes, así como formar y desarrollar los valores de la profesión.

En el mundo real las personas se enfrentan frecuentemente con situaciones en las cuales la aplicación de técnicas de razonamiento cuantitativo o espacial, así como de otras herramientas matemáticas, pueden contribuir a clarificar, formular o resolver un problema. Estas aplicaciones de las matemáticas se basan en las habilidades desarrolladas a partir de los tipos de problemas que aparecen en los libros de texto escolares y los que se plantean en las clases. No obstante, las mismas demandan la capacidad adicional de emplear las herramientas en contextos menos estructurados, donde las instrucciones son menos claras y donde el estudiante debe tomar decisiones sobre cuáles conocimientos son relevantes y cómo se pueden aplicar de manera eficaz.

Por estas y otras razones es que los futuros profesionales deben estar acordes con sus tiempos, en otras palabras: ser competentes en su profesión. Precisemos este término tan en boga en estos días.

Según el diccionario Encarta 2005 competencia significa: pericia, aptitud, idoneidad para hacer algo o intervenir en un asunto determinado.

Villalba define en su glosario el término competencias como las habilidades para resolver ciertos problemas en determinadas situaciones. (Villalba, 1999).

Como nuestro trabajo está dirigido al proceso enseñanza aprendizaje en la universidad mencionemos en cuales aspectos se deben trabajar para lograr que un profesional sea competente:

1) EN LA ADQUISICIÓN DE CONOCIMIENTOS

En este tipo tenemos:

- 1) Generales para el aprendizaje.
- 2) Académicas vinculadas a una materia.
- 3) Vinculadas al mundo profesional.

2) EN LAS HABILIDADES Y DESTREZAS

- 1) Intelectuales.
- 2) De comunicación.
- 3) Interpersonales.
- 4) De organización y gestión personal.

3) EN LAS ACTITUDES Y VALORES

- 1) Desarrollo profesional.
- 2) De compromiso personal

Si se observa, la Matemática no está exenta de contribuir a formar en los estudiantes la adquisición de conocimientos, las habilidades, las destrezas, las actitudes y valores. Por esa razón, los autores de este trabajo coinciden que en Matemática, competencia significa "la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo" (Proenza, 2006, p. 11), y esta enfocada en la capacidad de los estudiantes de utilizar su conocimiento matemático para enriquecer su comprensión de temas que son importantes para ellos y promover así su capacidad de acción. Donde "el Dominio de Competencia en Matemática concierne a la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan tareas matemáticas en una variedad de contextos". Y el nivel de competencia está referido a la medida en la que los estudiantes pueden ser considerados como ciudadanos reflexivos y bien informados además de consumidores inteligentes. (Proenza, 2006, p. 11).

Las competencias tratan de centrar la educación en el estudiante, en su aprendizaje y en el significado funcional de dicho proceso. Estas aplicaciones de las matemáticas se basan en las habilidades desarrolladas a partir de los tipos de problemas que aparecen en los libros de textos escolares y los que se plantean en las clases.

Los tipos de competencias matemáticas

a) COMPETENCIAS COGNITIVAS (de carácter general)

1) *Pensar y razonar*

Incluye las capacidades de:

- Plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántos hay?, ¿cómo encontrarlo? Si es así, ... entonces, etc.).
- Conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a estas cuestiones

- Distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas).
- Entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

2) *Argumentar*

Incluye las capacidades de:

- Conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático.
- Seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.
- Disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede (o no) ocurrir y por qué?).
- Crear y expresar argumentos matemáticos.

3) *Comunicar*

Incluye las capacidades de:

- Expresarse en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita.
- Entender enunciados de otras personas sobre estas materias en forma oral y escrita.

b) **COMPETENCIAS ESPECÍFICAS**

1) *Modelar*

Incluye las capacidades de:

- Estructurar el campo o situación que va a modelarse.
- Traducir la realidad a una estructura matemática.
- Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.
- Trabajar con un modelo matemático.
- Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.
- Comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones).
- Dirigir y controlar el proceso de modelización.

2) *Plantear y resolver problemas*

Incluye las capacidades de:

- Plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados).
- Resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.

3) *Representar*

Incluye las capacidades de:

- Decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones.
- Escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.

4) *Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones*

Incluye las capacidades de:

- Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural.
- Traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal.
- Manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas.
- Utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.

Por la importancia que reviste para la matemática en la educación superior, nuestro trabajo centra su estudio en desarrollar en los estudiantes la competencia de representar, sin restarle importancia a las demás.

La Geometría y el Álgebra Lineal son dos ramas de la Matemática apropiadas para lograr un estudiante competitivo, y para que los mismos transiten por los niveles de desempeño cognitivo es necesario que el maestro realice de forma correcta un análisis de las teorías del Álgebra (lineal) y la Geometría.

En este proceso de análisis para llegar a consolidar una integración holística, formular el objeto de estudio de nuestra asignatura y contribuir a formar en los estudiantes un cuadro científico integral del mundo, se tuvieron en cuenta los objetos de estudio de algunas de las ramas que conforman el Álgebra y la Geometría, afines a nuestra asignatura, que por muy diferentes que parezcan están unidas por el carácter general de su objeto de estudio y que, según F. Engels (Ribnikov, 1987), lo constituyen las relaciones cuantitativas y espaciales entre los objetos del mundo real.

Es sabido que en muchas ramas de la Geometría su objeto de estudio va a quedar determinado por las formas y relaciones espaciales del mundo real, en el cual se establece, para cada rama, su tipo de relación.

En el objeto de estudio de la Geometría Descriptiva esas relaciones se manifiestan con un estudio de los modelos espaciales mediante un complejo de transformaciones del plano tales como sus proyecciones, movimientos del plano, etc.

En el objeto de estudio de la Geometría Analítica esas relaciones se manifiestan haciendo un estudio de los modelos espaciales mediante sus representaciones y por medio de sus ecuaciones.

En el Álgebra Lineal esas relaciones se manifiestan al hacer un estudio de los espacios vectoriales desde un punto de vista axiomático.

Es decir, todas tienen igual finalidad: el estudio de la forma de los objetos que nos rodea y las relaciones que existen entre los objetos, la formulación de las correspondientes leyes y su aplicación a la solución de los problemas.

De esta forma quedó conformado el objeto de estudio de la asignatura: el estudio de los espacios vectoriales y de los cuerpos geométricos desde el punto de vista axiomático y analítico, así como sus relaciones internas y relaciones entre ambas.

Las teorías que se tratan son:

- Geometría Analítica.
- Geometría Vectorial.
- Geometría Descriptiva.
- Sistemas de ecuaciones lineales.
- Matrices.
- Espacios vectoriales.
- Formas algebraicas.

Además, entre el Álgebra y la Geometría existen diferentes conceptos que están relacionados. En este sentido, se puede destacar que, por un lado, algunas de las aplicaciones de la Geometría requieren de conceptos del Álgebra Lineal y, por otro lado, diferentes conceptos del Álgebra Lineal pueden ser interpretados geoméricamente.

Como ejemplo de lo anterior se tienen el cálculo del área de un paralelogramo y el volumen de un paralelepípedo y la interpretación geométrica de un sistema de ecuaciones lineales en el plano y en el espacio. Además, la interpretación geométrica de los conceptos de la teoría de espacios vectoriales.

Otro aspecto a tener en cuenta es la rotación de cuádricas y cónicas.

Analizar e interrelacionar los Objetivos Generales de la Disciplina, los Objetivos Generales y el Sistema de Habilidades de la Asignatura y los Objetivos Generales del año académico en que ésta se desarrolla, dio la posibilidad de:

- 1) Precisar como contribuye la asignatura al cumplimiento de los objetivos de la disciplina.

- 2) Verificar si existe una derivación adecuada de los objetivos generales de la disciplina a los de la asignatura; de no ocurrir así debe hacerse la modificación correspondiente.
- 3) Que el profesor conozca el proceso de integración que debe lograr en el desarrollo del proceso docente educativo de la asignatura, con vistas a cumplir los objetivos generales de ésta, de la disciplina y del año en lo que corresponde a la formación profesional.
- 4) Relacionar el objetivo general de la asignatura con el sistema de conocimientos y habilidades que son necesarios formar para su cumplimiento, verificando si todos los contenidos están contemplados.

Esta relación permite agrupar los contenidos en Temas, con objetivos particulares bien definidos.

Al analizar los objetivos generales educativos de la disciplina y de la asignatura se precisaron las acciones concretas a desarrollar para lograr su cumplimiento, y es aconsejable:

- 1) Tratar de definir pocos temas, lo que permite lograr el fondo de tiempo necesario para desarrollar con éxito el proceso de aprendizaje de cada uno de ellos.
- 2) Determinar y formular, de ser posible, un solo objetivo particular, para poder dirigir el proceso hacia la apropiación de un contenido especial.

En resumen, con este nivel de organización didáctica se logra:

- La determinación de los temas de la asignatura y su secuencia lógica.
- La determinación y formulación del objetivo particular de cada tema, el contenido y el fondo de tiempo aproximado.

Seguidamente se define el carácter funcional de los temas, de modo que se forme una interrelación dialéctica entre ellos, ya que puede afectarse la sistematicidad por un orden inadecuado de los temas o fragmentación innecesaria de los mismos, también por falta de integración o aislamiento de los contenidos dentro del mismo, y en los que se vio que el número de estos estuviera en correspondencia con las habilidades de aplicación a la disciplina y, en general, no necesariamente tenían que coincidir con la habilidad generalizadora del invariante, pero que fueran habilidades de aplicación de la invariante en determinado objeto.

Del estudio de las relaciones de las teorías que se estudian y del análisis de las mismas se pueden añadir indicaciones tales como:

- 1) El análisis del contenido de sus teorías permite afirmar que es posible tratar de manera paralela e integrada la Geometría Analítica, la Vectorial y la Descriptiva.
- 2) El contenido del Álgebra Lineal se separará en tres momentos. Uno dedicado a las matrices y los sistemas lineales, otro a los espacios vectoriales y las aplicaciones lineales y el tercero a la diagonalización de endomorfismos. Este último de manera integrada a la Geometría.

- 3) En los temas de Álgebra se utilizará de manera conveniente el contenido de la Geometría dado con anterioridad y viceversa.
- 4) Dentro de las aplicaciones de la Geometría debe estar el cálculo del área de un paralelogramo y el volumen de un paralelepípedo.
- 5) La representación gráfica de un plano debe ser mediante un paralelogramo, para luego ser utilizado convenientemente cuando se estudie el espacio generado por un conjunto de vectores.
- 6) El primer estudio en la Geometría del espacio debe ser el de los sistemas gráficos de representación y sus técnicas de dibujos destacándose la relación que existe entre todos ellos.
- 7) La Geometría Analítica se separará en cinco momentos. El primero de esos momentos, dedicado a la Geometría plana, en el cual se incluya el estudio de las cónicas, el segundo al estudio de la recta y las superficies planas en el espacio, el tercero al estudio de las curvas en el espacio y las superficies en general, el cuarto a las cónicas y cuádricas rotadas y el quinto, no menos importante ya que integra los estudios antes realizados, a los sólidos y sus proyecciones. En el cuarto de los momentos, las cónicas y cuádricas rotadas, debe impartirse de manera integrada al Álgebra.

El estudio de la Geometría Vectorial y Descriptiva está en dependencia de la carrera que la tenga en su plan de estudio, aunque puede ser dividida en momentos análogos a los expresados para la Analítica.

La disciplina Matemática en las carreras de ingenierías además de mantener su misión histórica de desarrollar el pensamiento lógico y el pensamiento algorítmico, en el contexto del desarrollo científico y tecnológico actual, debe desarrollar el pensamiento de la modelación, que está determinado por la posibilidad de elaborar modelos matemáticos de los objetos estudiados por diferentes ramas de la Ciencia y la Técnica, es decir, describir a través del lenguaje riguroso de la Matemática las propiedades de estos objetos reales. Esto, a su vez, permite aplicar las técnicas precisas de las matemáticas para resolver los problemas que involucran dichos objetos y arribar a conclusiones sobre el comportamiento de los mismos. Esto responde a la necesidad de una educación en ciencia, tecnología y sociedad, que permita comprender el marco de cambios sociales, globalización, desarrollo tecnológico, etc.

Los autores consideran que del análisis de los problemas fundamentales es posible determinar, en forma de ecuación, las relaciones y los objetos geométricos a estudiar, por lo que al trabajar con una ecuación se está tratando con el objeto geométrico. Es interesante que los estudiantes se apropien de consideraciones acerca de la posibilidad de expresar las relaciones y las curvas en términos algebraicos y operar con ellos.

Por todo lo antes explicado, un enfoque sistémico de una asignatura requiere ofrecer un cuadro de las teorías que se estudian, para ello es necesario integrar las teorías de la Geometría y las del Álgebra lineal como ejemplo de dos ramas de la Matemática que están muy interrelacionadas.

Lo anterior se logra, ante todo, si se tratan de manera paralela e integrados contenidos de la Geometría Analítica, de la Geometría vectorial y del Álgebra lineal.

Bibliografía

- ARTIGUE, M., y otros (1995): *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*, tomo I. Grupo Editorial Iberoamérica.
- BALLESTER, S. (1992): *Metodología de la enseñanza de la Matemática*, tomo 1, pp. 11-21. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
- BISHOP (Documento sin editora y año): *Implicaciones Didácticas de la Investigación sobre la Visualización*. Cambridge University.
- COBIELLA, M. L. A. (1997): "Las nuevas tecnologías. Un reto a la universidad moderna". En: *Revista Cubana de Educación Superior*, n.º 2, vol. XVII. CEPES, Universidad de La Habana, Cuba.
- DE GUZMÁN, O. M. (1993): *Tendencias innovadoras en Educación Matemática*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. Ficha bibliográfica. ISBN 84-7884-092-3. España.
- DOUADY, R. (1995): "Nacimiento y desarrollo de la didáctica de las matemáticas en Francia: rol de los IREM". En: *Ingeniería didáctica en educación matemática. Una empresa docente*, capítulo I, pp. 1-5. Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- GUTIÉRREZ, A., y A., Jaime (1996): "El Método de Razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría". En: *Revista Educación Matemática*. Volumen 3 #2. Agosto.
- PROENZA, G., y LEYVA L., L. M. (15 de diciembre de 2006): "Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas". En: *Revista Iberoamericana de Educación* (ISSN: 1681-5653) n.º 40/6. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI). Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero", Cuba.
- RIBNIKOV, K. (1991): *Historia de las Matemáticas*. Moscú: MIR.
- RODRÍGUEZ, M. L. (2003): "Modelo Holístico para el proceso enseñanza aprendizaje de la Geometría para Arquitectos". En: *Tesis doctoral en Ciencias Pedagógicas*, pp. 23-94. Camagüey, Cuba.
- (2007): "El modelo holístico para el proceso de enseñanza aprendizaje de Geometría en Arquitectos de la escuela cubana". En: *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa* (RELIME). ISSN (de la versión impresa): 16 65 - 24 36, vol. 10, n.º 3, pp. 421-461 Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Distrito federal. México.. Publicado también en: <http://redalyc.uaemex.mx>.
- SANTOS TRIGO, L. M. (1997): *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editores Iberoamericano. México. D.F.
- VILLALBA, M. C. et al. (1999): "Glosario de constructos teóricos de la didáctica de las matemáticas de la escuela francesa". Disponibles en línea. <http://fractus.mat.uson.mx/clases/problematika992/glosario.htm>, Universidad de Sonora, México.
- <http://www.Monografias.com.htm/> (2005): Recursos computacionales para la enseñanza aprendizaje de la matemática en la educación superior.
- <http://www.monografias.com/trabajos31>. Congreso internacional de matemática y computación. Las referencias de Rizo, Saiz y Brenes se tomaron del artículo sin autor: Pensamiento geométrico en los escolares primarios. Un modelo didáctico para estimularlo.