

Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas^(*)

SILVIA MÓNICA DEL PUERTO
CLAUDIA LILIA MINNAARD
Universidad CAECE, Argentina

SILVIA ALEJANDRA SEMINARA
Universidad de Buenos Aires, Argentina

Introducción

La falibilidad del conocimiento humano ha sido una preocupación constante de filósofos y pensadores dedicados a estudiar la capacidad del hombre por conocer y comprender, pues en todo proceso de conocimiento está latente la posibilidad de considerar como verdaderos conceptos y procedimientos erróneos.

En el ámbito de la educación matemática los errores aparecen permanentemente en las producciones de los alumnos: las dificultades de distinta naturaleza que se generan en el proceso de aprendizaje se conectan y refuerzan en redes complejas que obstaculizan el aprendizaje, y estos obstáculos se manifiestan en la práctica en forma de respuestas equivocadas.

Según Socas (1997), el error debe ser considerado como *la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado* y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción.

Matz (citado por Chahar, 2003) distingue dos fases en la conducta de los alumnos ante un problema: en la primera, el conocimiento previo sobre el tema toma la forma de una regla o fórmula a aplicar, mientras que en la segunda se ponen en juego un conjunto de técnicas de extrapolación que actúan de nexo entre las reglas conocidas y los problemas que no son familiares. *Los errores sistemáticos en los que incurren los alumnos en la resolución de problemas son, según este autor, el resultado de un fracasado intento por adaptar conocimientos, adquiridos previamente, a una nueva situación.* Brousseau, Davis y Werner (1986) (citados por Rico, 1995), señalan, en el mismo sentido, que *los errores son el resultado de un procedimiento sistemático imperfecto que el alumno utiliza de modo consistente y con confianza.*

El estudio de errores en el aprendizaje ha sido una cuestión de permanente interés. Se considera a Weiner (1922), en Alemania, el fundador de la investigación didáctica orientada al estudio de errores; en sus investigaciones trató de establecer patrones de errores que explicasen las equivocaciones individuales en todas las materias y para todos los grupos de edades escolares. Diversos estudios posteriores, realizados en

^(*) El presente trabajo, con el título de "Errores en el aprendizaje de las Matemáticas", fue presentado en la IV CAREM (IV Conferencia Argentina de Educación Matemática), Buenos Aires, Argentina, octubre de 2004.

Alemania, la Unión Soviética, Estados Unidos y España, con anterioridad a 1960, consistieron fundamentalmente en recuentos del número de soluciones incorrectas y en el análisis de los tipos de errores detectados, para poder clasificarlos y de esta manera intentar examinar cómo surgen, y hacer inferencias sobre qué factores podrían haberlos provocado.

En la actualidad el error es considerado parte inseparable del proceso de aprendizaje. Los investigadores en educación matemática sugieren diagnosticar y tratar seriamente los errores de los alumnos, discutir con ellos sus concepciones erróneas, y presentarles luego situaciones matemáticas que les permitan reajustar sus ideas.

En nuestro ámbito de trabajo (último año del nivel medio y comienzos del nivel terciario y universitario) la presencia de errores algebraicos obstaculiza con frecuencia la articulación exitosa, y resulta por ello imprescindible un adecuado diagnóstico que sustente una postura superadora. Con este objetivo iniciamos un proyecto cuyo primer objetivo es tratar de responder a la siguiente pregunta:

¿Qué tipo de errores algebraicos cometen con más frecuencia los alumnos de los últimos años de la escuela media y los que comienzan estudios universitarios o terciarios?

Fundamentos epistemológicos

El error es posible en todo proceso de adquisición y consolidación de conocimientos. El conocimiento humano es *fallible*, esto es: unida a la capacidad que tiene el ser humano de conocer, se halla siempre presente la posibilidad de que conceptos y procedimientos deficientemente desarrollados, y aún completamente equivocados, sean considerados como verdaderos. Así ha ocurrido en numerosas oportunidades a lo largo de la historia, en que se han tenido por verdaderas concepciones que luego fueron rechazadas por no explicar adecuadamente la realidad.

Ya Sócrates afirmaba que todos podemos errar en el camino de búsqueda de la verdad, y que es a través de la crítica racional y la autocrítica como podemos examinar y corregir esos errores, para recuperar el rumbo hacia el conocimiento genuino.

El empirismo y el racionalismo centraron su tarea en la determinación de las fuentes últimas del conocimiento, y fueron incapaces de explicar adecuadamente este rasgo de falibilidad.

Es con Popper que el problema adquiere un notable protagonismo: este filósofo propone cambiar el interrogante de "¿cuál es la fuente última del conocimiento?" por el de "¿cómo podemos detectar y eliminar el error?", y propone el *racionalismo crítico* como postura adecuada para explicar —y asegurar— el avance de la ciencia. El avance del conocimiento, afirma, consiste en la modificación del conocimiento anterior, a partir de someter a prueba las afirmaciones tenidas por verdaderas hasta el momento; la observación, el razonamiento y la intuición tienen, como función fundamental, contribuir al examen crítico de las conjeturas. Esta postura confiere al error el status de *parte constituyente* del proceso de adquisición del conocimiento: es intrínseco a nuestro modo de conocer, así como lo es la crítica permanente para detectarlo (Popper, 1979, citado por Rico, 1995).

Lakatos aporta elementos en el mismo sentido al referirse a las conjeturas que se plantean para tratar de resolver un problema abierto: a la propuesta de una conjetura sigue la crítica de la misma a la luz de contraejemplos, y la eventual superación —ya sea limitando su aplicabilidad o completando su contenido— en un juego dialéctico en el que la detección y utilización positiva del error tiene un rol fundamental en la transformación o el enriquecimiento de una teoría (Lakatos, 1978, citado por Rico, 1995).

Tanto Popper como Lakatos introducen la idea innovadora de que es posible la transmisión y permanencia en el tiempo de una concepción errónea, en contra de la postura clásica de que el conocimiento científico se basa en el descubrimiento y la transmisión de una verdad objetiva: la verdad es verdad sólo en relación a una estructura de conocimientos y a una metodología vigente en ese momento, con la posibilidad latente de ser superada. Lakatos considera el error como producto de una concepción limitada y señala que un conocimiento puede ser considerado correcto o no, sólo a la luz de las teorías imperantes, por lo que no tendría sentido alguno juzgar el grado de corrección de un conocimiento desde marcos de referencia extemporáneos (Socas, 1997).

Por su parte Bachelard introdujo el concepto de *obstáculo epistemológico* para explicar la aparición de los errores en la conformación del conocimiento (Bachelard, 1988, citado por Rico, 1995). Señala que los entorpecimientos y confusiones, que causan estancamientos y retrocesos en el proceso del conocimiento, provienen de una tendencia a la *inercia*, a la que da el nombre de *obstáculo*: se conoce *en contra* de un conocimiento anterior (insuficiente o adquirido deficientemente) que *ofrece resistencia*, la mayoría de las veces porque se ha *fijado* en razón de haber resultado eficaz hasta el momento; cuando se lo pretende utilizar en un contexto o una situación inadecuados, se produce el error.

Brousseau tomó las ideas de Bachelard y las desarrolló en el ámbito específico del aprendizaje de la matemática. En su trabajo distingue entre obstáculos de origen *psicogenético*, que están vinculados con el estadio de desarrollo del aprendiz, los de origen *didáctico*, vinculados con la metodología que caracterizó al aprendizaje, y los de origen *epistemológico*, relacionados con la dificultad intrínseca del concepto que se aprende y que pueden ser rastreados a lo largo de la historia de la matemática, en la génesis misma de los conceptos. En todos los casos se destaca el carácter de *resistentes* que presentan estos obstáculos, y es necesaria su identificación, para luego alcanzar los nuevos conocimientos a partir de su superación.

Errores en Matemáticas

El cognitivismo sostiene que *la mente del alumno no es una página en blanco*: el alumno tiene un saber anterior, y estos conocimientos anteriores pueden ayudar al nuevo conocimiento, pero a veces son un obstáculo en la formación del mismo. El conocimiento nuevo no se agrega al antiguo, sino que lucha contra él y provoca una nueva estructuración del conocimiento total. Los errores cometidos por los alumnos en matemática son una manifestación de esas dificultades y obstáculos propios del aprendizaje, y se acepta unánimemente que es necesaria la detección y análisis de los mismos, y su utilización positiva en una suerte de realimentación del proceso educativo.

Mulhern (1989) (citado por Rico, 1995) señala las siguientes características de los errores:

- Surgen, por lo general, de manera espontánea y sorprenden al profesor.
- Son persistentes y difíciles de superar, ya que requieren una reorganización de los conocimientos en el alumno.

- Pueden ser sistemáticos o por azar: los sistemáticos son más frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada, y los cometidos por azar son ocasionales.
- Muchas veces los alumnos no toman conciencia del error ya que no comprenden acabadamente el significado de los símbolos y conceptos con que trabajan.

Hay patrones consistentes en los errores a dos niveles: a *nivel individual*, ya que las personas muestran gran regularidad en su modo de resolver ejercicios y problemas similares y a *nivel colectivo*, ya que distintas personas cometen errores semejantes en determinadas etapas de su aprendizaje.

En razón de esta regularidad con la que suelen presentarse, varios autores han elaborado clasificaciones de los errores en el aprendizaje de la matemática, ya sea por su naturaleza, su posible origen o su forma de manifestarse.

En el presente trabajo se ha utilizado la siguiente clasificación, debida a Radatz (1979) (citado por Rico, 1995):

- ERRORES DEBIDOS A DIFICULTADES EN EL LENGUAJE: se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.
- ERRORES DEBIDOS A DIFICULTADES PARA OBTENER INFORMACIÓN ESPACIAL: aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.
- ERRORES DEBIDOS A UN APRENDIZAJE DEFICIENTE DE HECHOS, DESTREZAS Y CONCEPTOS PREVIOS: son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.
- ERRORES DEBIDOS A ASOCIACIONES INCORRECTAS O A RIGIDEZ DEL PENSAMIENTO: son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.
- ERRORES DEBIDOS A LA APLICACIÓN DE REGLAS O ESTRATEGIAS IRRELEVANTES: son producidos por aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

Análisis de los errores

El análisis de los errores cometidos por los alumnos en su proceso de aprendizaje provee una rica información acerca de cómo se construye el conocimiento matemático; por otro lado, constituye una excelente herramienta para relevar el estado de conocimiento de los alumnos, imprescindible a la hora de realimentar el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de mejorar los resultados.

Los procesos mentales no son visibles, y sólo es posible conjeturar su ocurrencia a través de manifestaciones indirectas. Los errores cometidos por los alumnos, la regularidad con que éstos aparecen,

los patrones comunes a que obedecen, son algunos de los elementos que permiten hacer inferencias acerca de estos procesos mentales, y acerca de las estructuras en que se van organizando los conocimientos.

Es precisamente la regularidad con que aparecen ciertos errores lo que ha permitido elaborar clasificaciones de los mismos. Las categorías no son compartimentos estancos, y suelen solaparse unas con otras (ya que rara vez un error obedece a una única causa) pero permiten postular posibles razones para su aparición, y guiar, de ese modo, en la elección de actividades remediales.

La implementación de cuestionarios para detección de errores, y la posterior clasificación de los mismos con base en alguna de las categorizaciones vigentes, es una metodología que permite obtener un "radiografía" del estado de conocimiento de los alumnos y constituye una valiosa ayuda a la hora de reorganizar la práctica pedagógica.

En el presente trabajo se han analizado errores cometidos en matemática por alumnos del final del nivel medio y comienzos de los niveles terciario y universitario. El estudio comprendió contenidos de álgebra y teoría básica de funciones.

El relevamiento de los errores se llevó a cabo mediante el uso de cuestionarios administrados a los alumnos. Se diseñó un cuestionario para cada nivel, cada uno con varios incisos de respuesta múltiple y un problema de carácter inductivo de respuesta abierta. Si bien los errores cometidos por los alumnos pueden obedecer a múltiples causas, la elección de cada uno de los ítems de selección de respuesta se realizó procurando detectar *principalmente* alguno de los tipos de errores correspondientes a la clasificación de Radatz antes mencionada: un ítem pretendió detectar *errores debidos a aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos*; otro, *errores debidos a dificultades en el lenguaje*; otro, *errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes*; otro ítem se incluyó para detectar principalmente *errores debidos a dificultades para obtener información espacial* y, finalmente, en otro inciso se procuró observar *errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez de pensamiento*. Se seleccionaron los incisos buscando constatar la ocurrencia de ciertos errores considerados por nosotros como "frecuentes", de acuerdo con nuestra experiencia docente, como la generalización inapropiada de la propiedad distributiva, la generalización de la propiedad aditiva a cualquier tipo de función, la aplicación automática de algoritmos sin constatar su pertinencia, la traducción equivocada del lenguaje coloquial al algebraico, el uso deficiente de algunos símbolos matemáticos y la interpretación errónea de gráficos de funciones. El problema de respuesta abierta se incluyó con el fin de analizar globalmente las respuestas de los alumnos, sin pretender clasificación alguna de los errores cometidos.

Los alumnos debieron contestar por escrito en las hojas que se les suministraron, trabajando individualmente en el lapso de una hora de clase, con la consigna de dejar constancia escrita de todos sus cálculos y razonamientos. Para analizar la cantidad, calidad y diversidad de las respuestas, se organizó la información haciendo recuentos de frecuencias de los diferentes tipos de errores cometidos (estudio cuantitativo) y señalando las características más significativas de las respuestas erróneas dadas por los alumnos (estudio cualitativo). Se elaboraron luego gráficos comparativos de la distribución de los tipos de errores, en cada nivel y entre niveles.

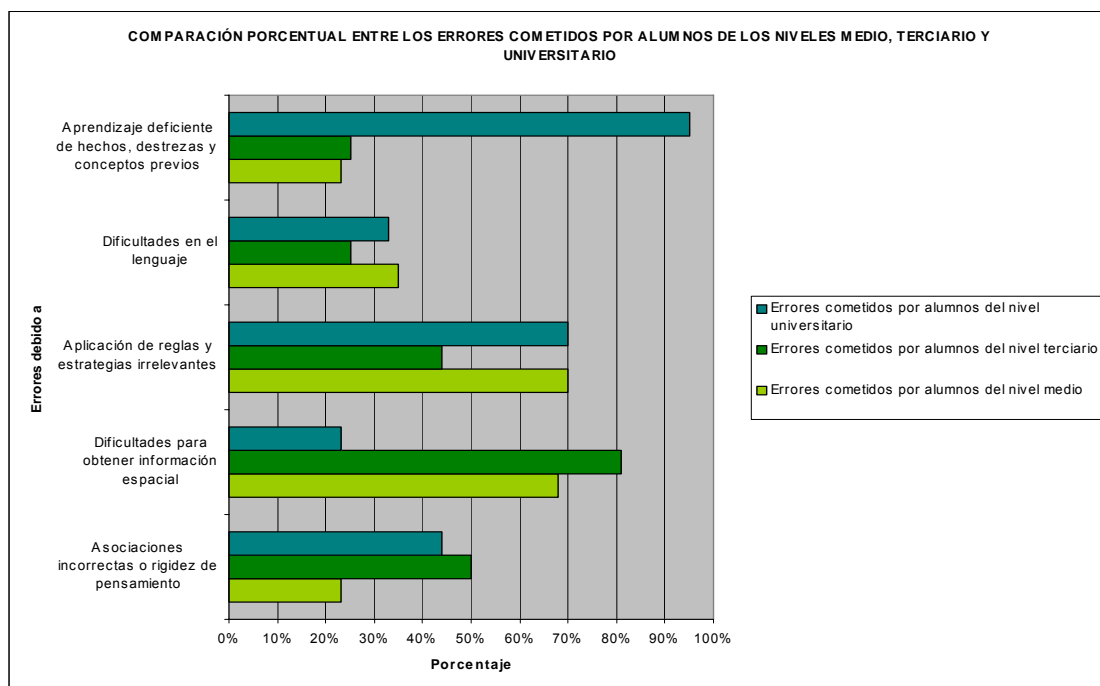
Se señalan a continuación las características de cada uno de los grupos de alumnos con los que se trabajó (sin efectuar selección alguna, con todos los presentes en los diversos cursos):

- NIVEL MEDIO: 57 alumnos de ambos sexos: 36 de 2.º año Polimodal de la especialidad Ciencias Naturales y 21 de 2.º Año Polimodal en la especialidad Humanidades y Ciencias Sociales; edad promedio de 16 años; asisten a una escuela cooperativa de gestión privada del Gran Buenos Aires en el turno matutino.
- NIVEL Terciario: 16 alumnos de ambos sexos de 2.º año de Profesorado de Matemática, con las asignaturas Álgebra y Cálculo Numérico aprobadas; asisten a un instituto dependiente de la Universidad Tecnológica Nacional, de la ciudad de Buenos Aires.
- NIVEL UNIVERSITARIO: 57 alumnos de ambos sexos: 23 de primer año de las carreras de Ingeniería en Sistemas, Licenciatura en Sistemas y Licenciatura en Matemáticas de la Universidad CAECE , y 34 de primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Tecnológica Nacional Regional Buenos Aires; estos alumnos ya cursaron durante el cuatrimestre anterior alguna materia introductoria del área de matemática.

Conclusiones

La administración de los cuestionarios permitió detectar errores de los distintos tipos en los alumnos de los tres niveles analizados.

El siguiente gráfico comparativo ilustra la distribución de los mismos dentro de las categorías de Radatz.



La ocurrencia en ninguna de las categorías es menor del 20% en los tres niveles. La mayor discrepancia se encuentra en la categoría "Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos", donde en el nivel universitario se advierte un porcentaje mucho mayor que en los otros dos niveles. Una posible explicación de este hecho es la variedad de conceptos diferentes puestos en juego por los alumnos al contar con un bagaje más amplio de conocimientos.

Así mismo, en la categoría correspondiente a "Dificultades para obtener información espacial" se observa una diferencia significativa en el nivel universitario respecto a los otros: los alumnos del nivel superior parecen haber adquirido un mayor dominio de la representación espacial.

Se realizó una prueba de ji cuadrado al nivel de significación del 5% determinándose que, de acuerdo con los valores muestrales obtenidos, la ocurrencia de los errores *depende* del nivel de estudios de los alumnos.

Es necesario aclarar que el resultado de este trabajo no puede considerarse de ninguna manera concluyente debido al escaso tamaño de alguna de las muestras, a la conformación no aleatoria de los grupos evaluados y a la heterogeneidad de los cuestionarios utilizados.

Se ha tratado, más bien, de ilustrar el empleo de un procedimiento que, de llevarse a cabo con regularidad, permitiría obtener una información de gran utilidad para el docente y para los alumnos mismos. Al cabo de varios años de trabajo con distintos grupos de alumnos en una misma asignatura, es posible acopiar una verdadera "biblioteca de errores típicos" cuya presencia podrá testearse a través de cuestionarios como el aquí empleado, o bien diseñando evaluaciones que permitan detectarlos. Una vez comprobada la presencia de un error, el docente podrá diseñar actividades ad hoc que ayuden a los alumnos a sortear el obstáculo, de manera de hacer más fructífero el proceso de aprendizaje. Especial atención merecen los errores detectados en la obtención de información espacial y en la traducción del lenguaje coloquial al matemático, pues serán una señal inequívoca de que es necesario intensificar el trabajo paralelo en diferentes registros de representación.

Por otra parte, las conjeturas esbozadas con respecto a las discrepancias entre los distintos niveles podrían ser objeto de futuras líneas de trabajo tendientes a confirmarlas o desestimarlas.

En las concepciones actuales, el error ha dejado de ser algo a penalizar para convertirse en una fuente valiosa de información, en una señal de hacia dónde se debe reorientar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es también un recurso de motivación, una oportunidad para que el alumno argumente, discuta y revea sus conocimientos, para lograr una mejor comprensión y una mayor familiaridad con el razonamiento lógico y matemático.

Estas ideas son consistentes con un cambio del paradigma pedagógico que propone abandonar la búsqueda de la respuesta exacta como única alternativa (lo que no deja de ser una forma de condicionamiento) para optar por el trabajo más enriquecedor que consiste en reflexionar críticamente sobre las propias producciones. No debe quedar excluido el docente de esta autocrítica ya que algunos *procedimientos erróneos de los alumnos pueden ser una fiel imagen de los de sus maestros* (Freudenthal, 1987, citado por Espinosa, 1996).

Referencias bibliográficas

- ALTMAN, S.; COMPARATORE, C., y KURZROK, L. (2002): *Matemática/Polimodal. Números y sucesiones*. Editorial Longseller. pp. 52-70.
- CAÑADAS, M. C., y CASTRO, E. (2002): *Errores en la resolución de problemas matemáticos de carácter inductivo*. http://ddm.ugr.es/gpnumerico/numerico_es.html.
- DEL PUERTO, S.; MINNAARD, C., y SEMINARA, S. (2004-2005): "Errores en el aprendizaje de las Matemáticas", *Elementos de Matemática*, publicación didáctica científica de la Universidad CAECE, 1ª parte: 19 (74), pp. 5-18, 2ª parte: 19(75), pp. 17-32.
- ESPINOSA, F. (1996): "Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos", en *Investigación en Matemática Educativa*. F. ESPINOSA (ed.). Grupo Editorial Iberoamérica, Méjico, pp. 245-264.
- CHAHAR, B., y otros (2003): "Comentario sobre el trabajo: Modelos de procesos de errores de Algebra en el Nivel Medio de M. Matz" (Instituto de Tecnología de Massachusetts). <http://www.unt.edu.ar/fbioq/cmat>.
- OSORIO, V. (2003): "Las conjeturas en los procesos de validación Matemática. Un estudio sobre su papel en los procesos relacionados con la Educación Matemática". <http://www.geocities.com/discendi2/tm/tm.html>.
- RICO, L. (1995): "Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas", cap. 3. pp. 69-108, en KILPATRIK, J.; GÓMEZ, P., y RICO, L.: *Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica, Méjico.
- RICO, L., y Castro E. (1994): "Errores y dificultades en el desarrollo del pensamiento numérico". http://ddm.ugr.es/gpnumerico/numerico_es.html.
- SOCAS, M. (1997): "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria", cap. 5., pp. 125-154, en RICO, L., y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Ed. Horsori, Barcelona.
- SOCAS, M., y PALAREA, M. (1997): "Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar", en *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*. Barcelona, Editorial Graó, 14, pp. 7-24.

Anexo 1: Cuestionario Nivel Medio

Nombre:

Curso:

Fecha:

Los siguientes incisos de selección múltiple tienen varias alternativas de las cuales una sola es correcta. Marca la respuesta correcta.

1) Si $x = \sqrt{18} + \sqrt{32}$ entonces $x^2 = \dots$ a) 48 b) 50 c) 64 d) 82 e) 98

2) Los vértices de un triángulo quedan determinados por las intersecciones de las rectas cuyas ecuaciones

son $y = 0$ $y = \frac{1}{2}x$ $y = -2x + 3$.

Dicho triángulo es:

- a) isósceles b) equilátero c) rectángulo d) acutángulo e) obtusángulo

3) El resultado de $\frac{a}{b} + \frac{a}{c}$ es ...

- a) $\frac{2a}{bc}$ b) $\frac{a^2}{bc}$ c) $ac + ab$ d) $\frac{ac + ab}{bc}$

4) La igualdad que expresa "a es directamente proporcional a b e inversamente proporcional al cuadrado de c" es

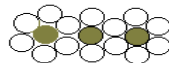
- a) $a = k \cdot \frac{b}{c^2}$ b) $a = k \cdot \frac{c^2}{b}$ c) $a = \left(k \cdot \frac{b}{c}\right)^2$ d) $a = k \cdot \left(\frac{b}{c}\right)^2$

5) El resultado de $8x^3 \cdot x^3 \cdot 2x^3 \cdot x^3$ es ...

- a) $16x^{81}$ b) $12x^{12}$ c) $16x^{12}$ d) $12x^{81}$

Resuelve el siguiente problema. Justifica cada uno de los pasos que realices:

Florencia diseñó el siguiente patrón para armar pulseras: coloca una perla dorada y la rodea de seis perlas blancas como indica el dibujo



- a) Calcula cuántas perlas blancas tendrá que colocar en la próxima vuelta.
 b) Calcula cuántas perlas blancas tendrá que colocar si pone 10 perlas doradas en total.
 c) Escribe una fórmula que permita calcular el número de perlas blancas para n perlas doradas.

Anexo 2: Cuestionario Nivel Terciario

Nombre:

Curso:

Fecha:

1.- Indica si es verdadera o falsa cada una de las siguientes afirmaciones. Considera que a y b son números reales cualesquiera.

	V	F
a) $\sqrt{a^2} = \pm a $	ϵ	ϵ
b) $- a $ es un número negativo	ϵ	ϵ
c) $(1 + a^3 - 2 \geq 0) \Rightarrow (a^3 \geq 1) \vee (a^3 \leq 3)$	ϵ	ϵ
d) $ a - b \leq a - b $	ϵ	ϵ
e) $b < a < 0 \Rightarrow \left \frac{-2}{a-b} \right = \frac{-2}{b-a}$	ϵ	ϵ

2.- Grafica en el plano cartesiano una recta con ordenada al origen y pendiente negativas, y que determine con los ejes coordenados un triángulo isósceles de área 16.

3.- Si a , b , c y d son números reales, señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas, independientemente de los valores que tomen:

a) $c.(a-b) = d.(a-b) \rightarrow c = d$	ϵ
b) $a-b < a$	ϵ
c) $a < b \rightarrow a^2 < b^2$	ϵ
d) $a < b \rightarrow a^3 < b^3$	ϵ
e) $\sqrt{a^5 b^3} = \sqrt{a^5} \sqrt{b^3}$	ϵ
f) $T(a+b) = T(a)+T(b)$ con T una función definida sobre todo el eje real	ϵ
g) $p(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	ϵ

4.- Indica cuál de las siguientes expresiones corresponde a la afirmación "dentro de dos años mi edad será la mitad de la que tú tendrás dentro de 5" :

a) $a + 2 = \frac{1}{2}b + 5$	ϵ	b) $a + 2 = \frac{1}{2}(b + 5)$	ϵ
c) $a + 2 = \frac{1}{2}(b + 3)$	ϵ	d) ninguna de las expresiones anteriores	ϵ

5.- Observa las siguientes figuras:



La primera tiene 3 lados, la segunda 12, la tercera 48.

¿Cuántos lados tendrá la siguiente figura en la serie? ¿Y la n -ésima?

Anexo 3: Cuestionario Nivel Universitario

Nombre:.....

Curso:.....

Fecha:.....

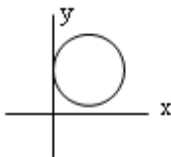
En los incisos 1) a 5) marque con una cruz en el casillero correspondiente, teniendo en cuenta que una sola respuesta es correcta. En el inciso 6), responda lo pedido.

1) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) $|-a| = a \quad (a \in \mathbb{R}) \quad \square$

b) el grado del polinomio suma de otros dos polinomios de grado 4 siempre es 4

c) $(A \cap B) \Leftrightarrow (B \cap A)$ (A y B conjuntos)

d)  es la representación gráfica de una función real

e) $2 \in \{3, 5, \{1, 2\}\} \quad \square$

f) ninguna de las afirmaciones anteriores

2) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al enunciado: "La mitad de un número natural x más el triple de dicho número menos el que le precede, es igual a dos"

a) $\frac{1}{2}x + x^3 - (x-1) = 2 \quad \square$

d) $\frac{1}{2}x - 3x - x - 1 = 2 \quad \square$

b) $\frac{x}{2} + 3x - (x-1) = 2 \quad \square$

e) $\frac{x}{2} + 3x - x - 1 = 2 \quad \square$

c) $\frac{1}{2}x + 3x - (x+1) = 2 \quad \square$

f) ninguna de las ecuaciones anteriores

3) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) $\log(a+b+c) = \log a \cdot \log b \cdot \log c \quad (a, b, c > 0)$

b) el cubo de cualquier número real es un número positivo o cero

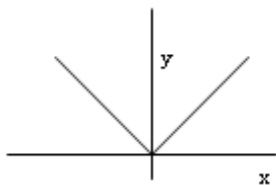
c) la ecuación $(x+1)^2 + (x-2)^3 = 0$ tiene una raíz doble y una triple

d) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab \quad (a, b \in \mathbb{R})$

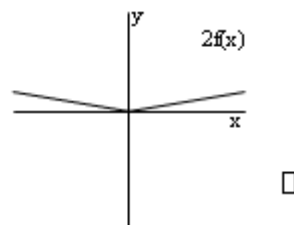
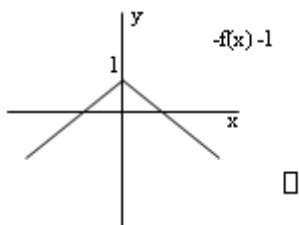
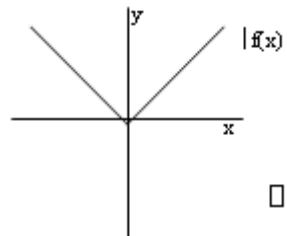
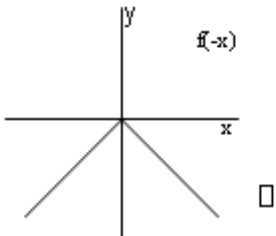
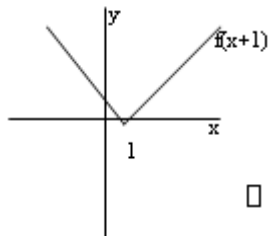
e) si $x < 5$ entonces $x^2 < 25$

f) ninguna de las afirmaciones anteriores

4) Si la gráfica de la función f es:



¿cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función que se indica?

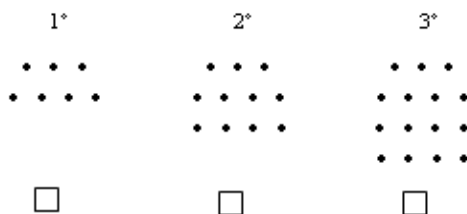


- ninguna de las gráficas anteriores

5) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) $\text{sen } 2x = \text{sen } x + \text{sen } x \quad (x \in \mathbb{R})$ <input type="checkbox"/>	d) $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a : \log b \quad (a, b > 0)$ <input type="checkbox"/>
b) en todo triángulo, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados <input type="checkbox"/>	e) $\frac{b}{a+b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{-a+2b}{a+b} \quad (a+b \neq 0)$ <input type="checkbox"/>
c) toda ecuación algebraica de grado 5 tiene exactamente 5 raíces reales <input type="checkbox"/>	f) ninguna de las afirmaciones anteriores <input type="checkbox"/>

6) Dados los tres primeros términos de una secuencia de puntos:



a) dibuje la figura del cuarto término

4°



b) en el casillero que hay debajo de cada término, indique que número natural representa la figura correspondiente.

c) escriba el número natural que corresponde al lugar 20°

d) indique qué número natural representa la figura del lugar n-ésimo.