

Las tecnologías informáticas en la formación de profesores de Matemática

MARTA BASTÁN
ANA ROSSO

Universidad de Río Cuarto, Córdoba, Argentina

1. Introducción

A partir de nuestra experiencia de trabajo con profesores de Matemática de enseñanza media, nos encontramos frecuentemente frente a una paradoja, por una parte, están los requerimientos del entorno educativo de la escuela media respecto a la incorporación de tecnologías informáticas a la enseñanza de la matemática, así como una cierta disponibilidad ociosa de recursos computacionales en los centros educativos y por otra parte, están las prácticas de los docentes que continúan utilizando esencialmente los recursos tradicionales: libros de texto, calculadoras, instrumentos geométricos, etc. Desde nuestro punto de vista los motivos de esta situación son de naturaleza diversa, que tienen más que ver con razones institucionales que personales. Pero, sin dudas, las cuestiones que se le plantean al docente frente a la integración de los recursos tecnológicos en los contextos de enseñanza-aprendizaje juegan un papel importante, y pueden resumirse en las siguientes preguntas: *¿Cómo y para qué incorporarlos? ¿Qué aportes realizarán a la enseñanza de la matemática? ¿Qué beneficios se obtendrán desde el punto de vista del saber? ¿Qué tipo de trabajo realizar para que la incorporación signifique un aporte?*

Coincidiendo con Cebrián de la Serna (1995) respecto a que, hoy, la calidad del producto educativo radica más en la formación permanente e inicial del profesorado que en la sola adquisición y actualización de infraestructura, nos centramos en la problemática de dar sentido a la incorporación de los recursos informáticos a la enseñanza de la Matemática, en la formación de profesores.

La introducción de cualquier innovación en el contexto educativo pasa tanto por las actitudes positivas del contexto institucional hacia ellas, como por una capacitación docente que las reconozca como favorecedoras para el desarrollo de su práctica profesional. En este trabajo analizamos en qué puede favorecer la incorporación de los recursos informáticos a la enseñanza de la matemática y hacerlo en el contexto de formación de los profesores de matemática.

La incorporación de los recursos o medios tecnológicos, según Cabero (1997), puede asumirse desde diferentes perspectivas: a) Formación para los medios, y b) Formación con los medios.

La primera es una formación tendiente a adquirir destrezas en la interpretación y decodificación de sistemas simbólicos movilizados por diferentes medios. La segunda involucra la formación para su utilización como instrumentos didácticos, es decir como instrumentos que, a través de sistemas simbólicos y estrategias de utilización, favorezcan el estudio de determinados saberes.

Bajo esta última perspectiva, la formación con los medios, lleva a formas particulares de pensar la enseñanza que involucran nuevos modos de relación y de actuación (Yeaman, 1994) y esencialmente nuevas formas de acceso al conocimiento.

En el sentido de Vygotski (1978), se trata de determinar si las tecnologías informáticas, son reales *herramientas cognitivas*. Vygotski llama así a los objetos o medios, provisto por el entorno de aprendizaje, que permiten al alumno incorporar nuevos saberes que de otra manera serían inviables.

El problema que nos planteamos, entonces, es la integración de las tecnologías informáticas, de manera que oficien de herramientas cognitivas. Buscamos diseñar y validar entornos de aprendizaje, en los cuales la incorporación de tecnologías informáticas contribuyera a la construcción o resignificación del conocimiento matemático.

Exponemos en esta oportunidad lo realizado con alumnos del tercer año del Profesorado en Matemática. La experiencia se desarrolló en un Taller donde se conjugaron las tecnologías informáticas con la resolución de problemas; para ello trabajaron en forma conjunta los docentes de las asignaturas *Taller de Resolución de Problemas* y de *Computación*.

2. Objetivos

Respecto al diseño de entornos, asumiendo que el docente realiza su práctica enfrentado a su propia experiencia de formación, nos propusimos elaborar dispositivos didácticos para que los alumnos, futuros profesores, vivan la resolución de problemas como un medio para favorecer la integración de los saberes matemáticos entre sí y de éstos con los informáticos, contribuyendo mutuamente.

Nos propusimos:

- Diseñar un conjunto de problemas en los cuales se haga necesario integrar los saberes estudiados en diferentes asignaturas de la carrera para su resolución.
- Integrar los contenidos informáticos con los matemáticos.
- Analizar los efectos de la incorporación de los recursos informáticos a la enseñanza de la matemática.

3. Marcos de trabajo

El diseño de los entornos de aprendizaje tuvo en cuenta, por un lado, el análisis realizado previamente respecto de la situación actual del currículo del profesorado, sus dificultades y sus necesidades. Por otro, la necesidad de hacer vivir al futuro docente experiencias de formación que pusieran en juego, integradamente, los conocimientos matemáticos entre sí y a estos con los informáticos; ello basado en la observación de la enseñanza actual en la escuela media, dónde la desarticulación del currículo es un problema poco abordado y de graves consecuencias didácticas.

Además se tuvieron en cuenta los marcos teóricos asumidos y acordados respecto de la tecnología educativa y de la didáctica de la matemática.

3.1. Situación actual del currículo del profesorado

El currículo de la carrera de Profesorado en Matemática, de la Universidad Nacional de Río Cuarto, como de la mayoría de los Profesorados, se caracteriza por su organización en asignaturas que cubren las siguientes dimensiones del saber: científico-matemáticas, psicológicas, tecnológicas, didáctico-pedagógicas y sociológicas. Respecto al tratamiento de los recursos informáticos en el desarrollo curricular puede observarse que aparecen adicionados como un nuevo campo de contenidos, aislados de los restantes, convirtiéndose en un objeto de estudio en sí mismo.

Coincidiendo con San Martín Alonso (1994), quien dice que:

“La decisión didáctica sobre los medios a utilizar no se ha de hacer tanto en función de su modernidad o presumible eficacia, como de la adecuación a las metas educativas previstas. El valor instrumental no está en los propios medios, sino en cómo se integran en la actividad didáctica, en cómo se insertan en el método porque es éste el que los articula y da un sentido en el desarrollo de la acción.”

Nos planteamos entonces hacer vivir a los alumnos la integración de ciertos contenidos curriculares como una manera de contribuir a la articulación del curriculum. Para que esa integración cobrara sentido se elaboraron una serie de problemas que, como elementos contextualizadores, dieran lugar a acciones que hicieran necesario el uso integrado de ciertas nociones matemáticas. Nociones que, en el desarrollo curricular de la carrera del Profesorado en Matemática, aparecen en asignaturas diferentes y desvinculadas entre sí. Además, se trató que el nexo fuera realizable a través de ciertos recursos tecnológicos como calculadoras y ordenadores.

Es claro que la incorporación de las nuevas tecnologías en la enseñanza no puede ser planteada como algo ajeno a:

- Planteos generales respecto de los cambios educativos.
- Los saberes a enseñar.
- Las finalidades de la enseñanza.
- Planteos de la didáctica específica.

Esta experiencia tuvo un carácter innovador respecto de la formación de Profesores de Matemática en el sentido que: a) se adoptaron nuevas formas de enseñanza de la matemática; b) se utilizaron recursos no tradicionales que permitieron profundizar el análisis de los procesos, no sólo de los productos; c) se llegó a modificar ciertos supuestos pedagógicos; d) se incorporaron nuevas herramientas para la formación y evaluación continua e integral.

3.2. Marcos teóricos

Dada la distinta formación de los docentes que confluyeron en esta experiencia se explicitaron las posiciones asumidas, tanto en el marco de las tecnologías informáticas, como desde la didáctica de la matemática.

3.2.1. Posiciones respecto de la incorporación de la tecnología

Esta propuesta se encuadra dentro de la llamada ergonomía cognitiva. La ergonomía es la ciencia que estudia los problemas de diseño y operación que se presentan con el desarrollo de nuevos sistemas y métodos de trabajo.

La ergonomía promueve un acercamiento holístico a los factores que influyen sobre el desempeño del ser humano, por lo que debe considerar el aspecto físico, cognitivo, social, organizacional, ambiental, y cualquier otro factor que tenga influencia y que resulte relevante. En este marco puede definirse la ergonomía cognitiva, la ergonomía física y la ergonomía organizacional. Este trabajo se encuadra dentro de la *ergonomía cognitiva* que se preocupa por los procesos mentales tales como la percepción, la memoria y el razonamiento que se ponen en juego en las interacciones entre los seres humanos y los sistemas con que interactúan.

Entendemos que la introducción de los recursos tecnológicos significa una nueva forma de organizar, representar y codificar los saberes, tanto para el docente como para el alumno, lo que hace necesario repensar los sistemas de enseñanza-aprendizaje y analizar las innovaciones que hacen posibles.

Basados en estas reflexiones es que surge nuestra propuesta de presentar la integración entre saberes científicos y tecnológicos en el currículo del profesorado.

3.2.2. Posiciones frente a la didáctica de la matemática

Este trabajo se enmarca dentro del *Programa Epistemológico en Didáctica de la Matemática* iniciado por Guy Brousseau (1986) y dentro de él, en particular, en la *Teoría Antropológica de lo Didáctico* de Chevallard (1986). Se asume como principio que el aprendizaje surge de la adaptación del alumno a un medio que le presenta contradicciones y dificultades. El saber se manifiesta en las nuevas respuestas que es posible dar a partir de esa adaptación al medio. Es claro que ese medio debe ser delimitado por el docente en función de las intenciones didácticas, que se ponen de manifiesto a través del tipo de problemas y situaciones que propone. Es decir, en este marco se atribuye un papel significativo, en el proceso de construcción del saber matemático, a las situaciones o problemas con las que el alumno debe interactuar.

En este marco el saber tiene dos componentes, una *praxis* (o maneras de hacer) y un *logos* (o discurso justificativo de las acciones), ambos se ponen en juego frente a la resolución de problemas y este cobra sentido en tanto aparece como la herramienta óptima para su resolución.

Por otro lado, para que el alumno se aboque al estudio de un problema debe existir una contextualización del mismo a la realidad del sujeto cognoscente. En este sentido, las nuevas tecnologías, como parte de una realidad en la que el alumno se siente protagonista, prácticamente en iguales condiciones que el

docente, contribuyen a que éste haga suyo el estudio de ciertas situaciones, que de otra manera se ven dificultadas.

4. Diseño de entornos

Se diseñaron dispositivos didácticos centrados en la resolución de problemas. Estos problemas tuvieron objetivos disímiles, algunos estuvieron dirigidos a la construcción de saberes, otros a la resignificación y otros a la integración de saberes matemáticos y computacionales.

La metodología de trabajo puede sintetizarse de la siguiente manera:

- Se implementa un taller en el que se plantean problemas para los cuales, en general, no resulta previsible el marco en que se desarrolla su solución. Este es el motor que impulsa al alumno a la acción.
- Se trata que los problemas pongan al alumno en un contexto de trabajo autónomo, en el sentido de que aparezca como necesario conjeturar, formular ciertos resultados, verificar en casos particulares, etc. Es decir, se aproxima al alumno a un plano pseudo-científico.
- A partir de lo actuado se establecen espacios de reflexión y debate acerca de los saberes puestos en juego.
- Los problemas propuestos aparecen conjuntamente con las observaciones realizadas.

5. Tipos de problemas propuestos y análisis de las observaciones realizadas en cada caso

5.1. Ámbitos de observación

Hemos considerado como material empírico para las observaciones a las acciones que realizan los alumnos en el aula, la entrega de los trabajos domiciliarios y las evaluaciones presenciales.

5.2. Observaciones

A partir del anterior material empírico se realizaron las observaciones que se detallan a continuación y algunos de los problemas que permitieron hacerlas.

Pudo observarse que la incorporación de los recursos informáticos favoreció:

- LA INTEGRACIÓN DE CONOCIMIENTOS DE DIFERENTES ÁREAS. Esto pudo ser observado a partir del problema siguiente:

Describir una función que permita calcular los movimientos necesarios para resolver el juego de la Torre de Hanoi de cualquier número "n" de fichas.

Esta situación nos permitió, a partir de un uso conveniente de variables didácticas, a través de un cambio de preguntas sobre el problema, plantear situaciones en diferentes contextos; dentro de la matemática se partió de un problema en el campo real, se pasó al campo numérico y de allí al del Análisis Matemático. Dentro del contexto computacional, pasamos de considerar problemas recursivos a problemas iterativos. En este sentido la conjugación de las tecnologías informáticas con la resolución de problemas, favoreció la articulación del currículo.

- EL TRABAJO AUTÓNOMO DE LOS ALUMNOS Y EL CONTROL POR SÍ MISMOS DE LAS ACCIONES. Esto pudo observarse en cualquiera de los problemas geométricos en los que los alumnos usaron el *software Cabri II*. Pudimos observar en qué medida favoreció la participación activa en la resolución de problemas. Entre los muchos problemas elijamos uno de los más simples:

Se presenta en pantalla un segmento vertical y se solicita construir un cuadrado que lo tenga por diagonal.

Los alumnos podían realizarlo utilizando regla y compás o utilizando el *software Cabri*, Todos eligieron realizarlo con el ordenador y aún los más desinteresados participaron de las acciones. En este sentido decimos que el *software* resultó más movilizador que otros dispositivos. Por otra parte, dada la posibilidad que éste *software* ofrece, el alumno pudo validar sus acciones sin la intervención del docente, para lo cual bastó con mover la figura y observar si mantenía su forma. Como este *software* mantiene el registro de las sucesivas acciones llevadas a cabo, esto favoreció que los alumnos pudieran discutir y reflexionar sobre ellas.

- LAS CONCEPTUALIZACIONES A PARTIR DE LAS RETROACCIONES. Por ejemplo ante la siguiente situación:

Se dan tres segmentos verticales paralelos (uno es mayor que la suma de los otros dos) y se solicita construir un triángulo que los tenga por lados.

La evidencia visual de la imposibilidad de la construcción unido a la convicción de la precisión del ordenador pone de manifiesto, naturalmente, las condiciones necesarias y suficientes para que tres segmentos conformen un triángulo.

- LA RESIGNIFICACIÓN E INTEGRACIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS. El diseño del siguiente dispositivo permitió resignificar una importante cantidad de conceptos trabajados en otras asignaturas:

Mostrar las secciones cónicas a partir de la intersección de un cono con diferentes planos, usando el *software Matemática*.

Para lograr en la pantalla del ordenador los distintos efectos en las figuras se debieron conjugar conocimientos matemáticos vistos en diferentes asignaturas como parametrizaciones de curvas en el plano y en el espacio, con los informáticos, como las parametrizaciones que el entorno acepta y el manejo de entornos gráficos. El trabajo no se redujo a una mera aplicación de los recursos tecnológicos a la enseñanza, los alumnos tuvieron que resignificar diferentes conocimientos para tomar a su cargo la responsabilidad de la selección de las estrategias y los medios para dar respuesta a lo solicitado.

- EL USO DE PROCESOS INDUCTIVOS, PROPIOS DEL ESPACIO DE DESCUBRIMIENTO EN LA MATEMÁTICA. La velocidad en los cálculos que aporta la tecnología informática permitió la observación rápida de numerosos casos en poco tiempo. Se trabajó con problemas como:

Ante el problema de hipotetizar qué dimensiones deberá tener una caja para que tenga un volumen máximo, si se construye a partir de una hoja de cartón de dimensiones conocidas, se sugirió utilizar la planilla Excel.

- AMPLÍA LOS MARCOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CONTRIBUYENDO AL SENTIDO DE CIERTOS SABERES MATEMÁTICOS. A los marcos propios de la ciencia Matemática se agregan los del contexto informático para la resolución de problemas. En los problemas propuestos, en general, se deja a cargo del alumno decidir en qué marco presentar la solución:

Se plantea investigar cuáles son las transformaciones involucradas en la construcción de mapas planos, (los alumnos consultan con geólogos y llegan a clasificar tres tipos de transformaciones esenciales). Se les solicita a continuación seleccionar una de dichas transformaciones y hacerlas visibles utilizando un software a su elección (conocían *MatLab* y *Mathemática* hasta ese momento).

La disposición de recursos informáticos permitió, no sólo describir matemáticamente las transformaciones sino también mostrarlas efectivamente. A partir de la definición del punto sobre la esfera terrestre, a través de sus coordenadas en términos de latitud y longitud lograr hacer visible el transformado en un plano o en un cono o en un cilindro, significó al alumno actualizar y resignificar diferentes saberes matemáticos (transformaciones de la esfera en un plano o las parametrizaciones de superficies en el espacio así como la elección del *software* adecuado para hacer visibles ciertos efectos.

- HACER VISIBLES CIERTOS OBJETOS QUE SERÍAN MUY COMPLEJOS EN EL ENTORNO LÁPIZ-PAPEL.

¿Cuáles son todos los números enteros de tres cifras tales que su cubo coincida con la suma de los cubos de sus dígitos?

Para problemas como el anterior, desde la matemática puede resultar un problema laborioso y mientras que, tanto el planteo de la condición a verificar como la construcción del algoritmo que le da solución resultan relativamente fáciles utilizando recursos informáticos simples. A la vez permite una reflexión sobre la propiedad de esos números para poder elaborar la condición de finalización de un ciclo y la condición a verificar en los condicionales.

- RECONOCER CIERTOS CONOCIMIENTOS COMO OBJETOS Y COMO PROCESOS. La recursividad, definida en matemática, cobra otro significado a partir de la implementación de procesos recursivos efectivos en el contexto computacional.

Delegando las acciones rutinarias al ordenador quedan a cargo del alumno las conceptualizaciones de esos procesos. En este sentido la utilización de entornos informáticos resultó ser un instrumento facilitador de las conceptualizaciones.

Es decir, en un marco en que se conjugan las tecnologías informáticas con la resolución de problemas, se puede favorecer la articulación del currículo de matemática. Si bien no es el único medio para la integración, entendemos que hoy es uno de los instrumentos que mejor contribuye a ello dentro de la enseñanza.

6. Reflexión final

A partir del análisis de la realidad de la escuela media hoy, el interés de este trabajo ha sido comenzar a analizar la relación con los saberes matemáticos que establecen los alumnos del profesorado de matemática, futuros docentes, a partir de la utilización de los recursos tecnológicos, tratando de hacer visibles las ventajas y desventajas.

Desde lo analizado hasta ahora podemos decir que los recursos tecnológicos permitieron mostrar aportes a las conceptualizaciones, ofreciendo nuevos marcos desde los cuales abordar la matemática, marcos que, bien utilizados, pueden llevar a profundizar la reflexión sobre los saberes y hacer que estos cobren otros significados. Entendemos que este aspecto es uno de los que muestra más carencias en la escuela media respecto de la matemática; los saberes aparecen impuestos, sin razones de ser, en muchos casos, si no en la mayoría. Pensamos que la incorporación de las herramientas informáticas puede contribuir en ese sentido, pero ello no basta, deben aparecer integradas en función de los saberes matemáticos.

Claro que esa incorporación no puede ser realizada sin definir previamente cómo, para qué y cuándo contribuyen los recursos tecnológicos a la enseñanza de la matemática. Además, para ello los profesores de matemática deben estar formados, no sólo en los contenidos específicos de matemática sino también en el manejo de las nuevas tecnologías, en particular las informáticas.

7. Bibliografía

- BALLESTA, J.: *La formación del profesorado en nuevas tecnologías aplicadas a la Educación*. Departamento de Curriculum e Investigación Educativa. Facultad de Educación. Universidad de Murcia. España.
- BOSCH, M., y GASCÓN, J. (1994): La integración del momento de la técnica en el proceso de estudio de campos de problemas de matemática. *Revista de Enseñanza de las Ciencias*. 12(3). 314-332.
- (2001): *Las prácticas docentes del profesor de matemáticas. Versión provisional*. Presentación parcial en el marco de las XI^{ème} École d'Été de Didactique des Mathématiques.
- BOSCH, M.; FONSECA, C., y GASCÓN, J. (2004): *Incompletitud de las Organizaciones Matemáticas Locales en las Instituciones Escolares*. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (en prensa).
- BROUSEAU, Guy (1986): *Fondamentes et methodes de la didactique des Mathématiques*, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7.2, 33 a 115.
- CABRERO, J.; DUARTE, A, y BARROSO, J. (1997): La piedra angular para la incorporación de los medios audiovisuales, informáticos y nuevas tecnologías en los contextos educativos: la formación y el perfeccionamiento del profesorado. Universidades de Sevilla, Huelva y Extremadura (España). EDUTEC.
- CEBRIÁN DE LA SERNA, M. (1995): *Nuevas competencias para la formación inicial y permanente del profesorado*, EDUTEC. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 6.
- CHEVALLARD, Y. (1985): *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Le Pensée Sauvage. Grenoble.

- (1989a): *Le concept de rapport au savoir. Rapport personal, rapprt institutionnel, rapport officiel*. Seminaire de Didatique del Mathematiques el de l'Informatique de Grenoble. Université Joseph Fourier.
- (1992): Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportees pour una approche anthropologique. *Recherche en Didactique des Matematiques*12(1), 73-112.
- ESCUADERO, J. (1995): *Tecnología e innovación educativa*. Bordón. Universidad de Murcia.
- FONSECA, C., y GASCÓN, J. (2000): *Integración de praxeologías puntuales en una praxeología matemática local*. La derivada de funciones en secundaria. Comunicación presentada en el IV Simposio de la SEIEM. Huelva.
- GASCÓN, J. (2003): *Incidencia del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en secundaria*, en PALACIÁN, E. (ed.): *Aspectos didácticos de matemáticas*. Zaragoza, Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza (en prensa).
- MARQUÈS GRALLERS, P. (1995): *Software educativo. Guía de uso y metodología de diseño*. Barcelona. E. Estel. EMA-Estudis, S. L.
- SAN MARTÍN, Alonso (1994): *El método y las decisiones sobre los medios didácticos*, en SANCHO, Juana (1994): *Para una tecnología educativa*. 67-69. Barcelona. Horsori Editorial.