

EL USO DE LA CALCULADORA GRÁFICA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Silvia del Puerto y Claudia Minnaard
Universidad CAECE, Argentina

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad existe consenso acerca de cuáles son las metas de la Enseñanza de la Matemática, qué se debe buscar en su aprendizaje, qué tipo de enseñanza es adecuada a estos propósitos, qué papel juega la resolución de problemas, y de qué manera influyen las creencias y actitudes de los profesores e investigadores en la búsqueda de estas metas. Esta nueva visión se refleja, por ejemplo, en las sugerencias aportadas por instituciones profesionales tales como el Consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM, 1991) de los Estados Unidos, al recomendar que la enseñanza de la Matemática se haga de manera activa, desarrollando una forma de pensar que pueda dar sentido al entorno y aplicando toda la tecnología disponible. La visión actual de la Comunidad Internacional vinculada a la enseñanza de la Matemática ha cambiado su perspectiva. Esta nueva visión define a las Matemáticas como una actividad social y cultural en la que el conocimiento no se descubre, sino que se construye a partir de la experimentación, formulación, contrastación y justificación de conjeturas. Asimismo promueve mirar el entorno desde un punto de vista matemático buscando patrones y regularidades en las situaciones problemáticas.

Este cambio de perspectiva hace que hoy en día la enseñanza y la reforma del currículo sean uno de los temas principales en todos los congresos de enseñanza de la Matemática. Los cambios curriculares que se proponen ya no son simples adaptaciones de los algoritmos matemáticos a nuevos métodos de aplicación, los avances tecnológicos constituyen la fuerza que impulsa un cambio curricular acorde con los cambios que están aconteciendo en la sociedad en su conjunto.

El currículo de Matemática está cambiando lentamente, y la tendencia es gastar menos tiempo en métodos de lápiz y papel y más tiempo en aplicaciones, resolución de problemas, desarrollo de conceptos y temas nuevos. Los métodos de enseñanza también están cambiando hacia una aproximación investigativa y exploratoria, contando con la contribución de las nuevas tecnologías para el desarrollo de esta perspectiva.

Dentro de estas nuevas tecnologías se destacan las calculadoras gráficas que son mucho más que calculadoras que hacen gráficos, ya que se han convertido en computadoras programables apropiadas para la mayoría de los estudiantes, por su tamaño reducido, bajo costo, y fácil uso en relación con las prestaciones que pueden brindar.

A diferencia de la computadora que es difícil de utilizar de manera frecuente debido a que los laboratorios de computación no están totalmente adecuados a las clases de Matemática, la calculadora gráfica permite a todos los estudiantes una aproximación profunda a la Matemática. Ya no se necesitan

laboratorios informáticos caros y complejos, cualquier aula puede llegar a convertirse en uno de ellos mediante el uso de la calculadora gráfica, lográndose así una nueva forma de trabajo, estimulante y enriquecedora.

Las calculadoras gráficas promueven conexiones entre las representaciones gráficas, numéricas y simbólicas, y entre sus ventajas, contribuyen a crear un ambiente de aprendizaje en cooperación, en el que la Matemática se transforma en un tema apasionante y vivo que promueve la experimentación, la investigación y la reflexión de los estudiantes.

La aparición de la primera calculadora gráfica se produjo en 1985 (Casio) y provocó una revolución en la enseñanza y en el aprendizaje de la Matemática al estimular en los estudiantes experiencias con visualización computada. En 1995 se crea la calculadora TI-92, verdadera computadora de mano que lleva incorporado el CAS (cálculo algebraico simbólico) y un programa interactivo de geometría (la más compleja versión del Cabri II). Esta calculadora ha generado nuevas preguntas con respecto a qué cambios son necesarios en el currículo matemático y cómo debe integrarse su uso en la enseñanza matemática.

2. INVESTIGACIONES VINCULADAS CON EL USO DE LA CALCULADORA GRÁFICA

2.1 Influencia de la calculadora gráfica en el rendimiento de los estudiantes

Diversas investigaciones han buscado evaluar los efectos de la utilización de las calculadoras gráficas en el rendimiento y la formación matemática de los estudiantes, en los cursos superiores del secundario y en los cursos de precálculo de la universidad.

En Inglaterra, durante 1990 y 1991, seis grupos de profesores participaron en el proyecto denominado «Graphic Calculators in Mathematics» subvencionado por el National Council for Educational Technology. En este proyecto participaron estudiantes que habían tenido acceso permanente a las calculadoras gráficas en el transcurso de los dos últimos años del secundario. Ruthven (1990) examinó el rendimiento en Matemática cerca del final del primer año del proyecto, y lo comparó con el de estudiantes que seguían el mismo curso de Matemática pero que no tenían acceso a las calculadoras gráficas. La muestra constaba de 87 estudiantes, 47 estaban en las clases del proyecto y 40 pertenecían al grupo de comparación. Los estudiantes fueron evaluados a través de un test que contenía 12 ítems gráficos con aplicaciones del concepto de función diseñados de manera tal que no podían ser resueltos automáticamente por la calculadora gráfica. Se les pidió además que anotaran cualquier uso de la calculadora o razonamiento que realizaran. Estos ítems eran de dos tipos: de simbolización, donde se debía encontrar la expresión de una función que describiera un gráfico cartesiano dado y de interpretación, donde se debía extraer información de determinados gráficos de funciones. En este estudio Ruthven prestó especial atención a los ítems simbólicos, pues estaban más influenciados por el uso de las calculadoras gráficas y porque revelaron importantes diferencias en el rendimiento de los dos grupos. En estos ítems el estudiante primero identificaba los gráficos de funciones como correspondientes a alguna familia, y luego efectuaba el refinamiento, utilizando así sus conocimientos matemáticos.

Mediante el análisis estadístico a través de una prueba de t de Student, el autor encontró que los estudiantes que habían usado calculadoras gráficas tuvieron mayor rendimiento en los ítems de simbolización, pero no en los de interpretación. La diferencia la atribuyó a que el uso regular de las calculadoras gráficas habían generado en los estudiantes un mayor uso de aproximaciones gráficas en la resolución de problemas y el desarrollo de nuevas ideas matemáticas, que fortalecieron no solo esas relaciones específicas, sino también generaron mayores relaciones entre las formas gráficas y simbólicas. Por otra parte, notó que al aumentar el éxito del estudiante se redujo su ansiedad, generando indirectamente un mayor rendimiento en aquellos estudiantes que usaron calculadoras gráficas.

Además, Ruthven (1990) sostiene que una mayor exposición a imágenes gráficas simbólicas a través del uso regular de la calculadora gráfica, incrementa la competencia y la confianza de los estudiantes. Estos factores particularmente mejoran el rendimiento de las estudiantes femeninas. En los ítems de simbolización, el rendimiento de las estudiantes femeninas del grupo del proyecto fue superior que el de sus compañeros del sexo masculino, ocurriendo lo contrario en el grupo que no usaba calculadora gráfica.

Quesada y Maxwell (1994) realizaron una investigación a lo largo de tres semestres con 710 alumnos de un curso de precálculo de una universidad de Estados Unidos. Se comparó el rendimiento de los estudiantes divididos en un grupo control y un grupo experimental. Los estudiantes del grupo control cursaron la materia del modo tradicional, usando una calculadora científica y un libro común de texto. El tratamiento del grupo experimental consistió en el uso de la calculadora gráfica y un texto específicamente escrito para ser usado con ella. Tres instructores distintos enseñaron al grupo experimental y siete al grupo control. Los instructores del grupo experimental usaban un aparato que, junto con un proyector, les permitía mostrar el display de la calculadora en la pantalla. La evaluación de los estudiantes fue la misma para ambos grupos, y consistió en cuatro test, un examen comprensivo final y una o dos encuestas semanales. El examen final contenía 10 preguntas de elección múltiple y 10 preguntas abiertas cubriendo la mayoría de los tópicos relevantes de un curso de precálculo. Todas las preguntas podían ser resueltas usando solamente una calculadora científica, pero a los estudiantes del grupo experimental se les permitió el uso de la calculadora gráfica durante el examen.

En el examen final, aquellos alumnos que usaron calculadoras gráficas obtuvieron mejores resultados en las categorías referidas a las propiedades de las funciones, gráficos, problemas con palabras y ecuaciones, aunque no fue así en las preguntas de elección múltiple. Según los autores, la aproximación gráfica agregó una nueva luz al conocimiento de conceptos, y permitió que los estudiantes mantuvieran su interés en los distintos temas. La aproximación manual y la habilidad de chequear sus respuestas con la calculadora gráfica aumentaron la motivación de los estudiantes.

Gómez (1997b) evaluó el rendimiento de los estudiantes tomando en cuenta los resultados obtenidos en un curso de cálculo al cual accedían después de haber aprobado el curso de precálculo correspondiente. El de precálculo era un curso introductorio al estudio de funciones en el que se le daba mayor importancia a las representaciones gráficas, y a la resolución de problemas. El curso de cálculo

seguía un esquema tradicional, sin la utilización de las calculadoras gráficas.

En esta investigación participaron todos los estudiantes de un curso de precálculo de la Universidad de los Andes (Bogotá, Colombia) divididos en dos grupos: 134 estudiantes siguieron el curso utilizando calculadoras gráficas y 111 lo hicieron sin ella. El autor hizo un análisis comparativo teniendo en cuenta tanto el rendimiento de los estudiantes en cada una de las secciones de precálculo, como el rendimiento de los mismos en el curso posterior de cálculo. A diferencia de muchos estudios que buscan evaluar los efectos de la calculadora gráfica en el rendimiento de los estudiantes mediante pruebas diseñadas para ello, en este estudio se obtuvieron los resultados en lo que el autor llama la «realidad académica» del estudiante. Analizó los resultados en el curso de cálculo que es continuación del ciclo de Matemática que el estudiante debe seguir en la universidad.

Al utilizar las calculadoras gráficas más estudiantes tuvieron la oportunidad de continuar su ciclo académico en Matemática. Para un mismo nivel de rendimiento en el curso de cálculo, fue mayor la proporción de los alumnos que utilizaron la calculadora gráfica en el curso de precálculo, que los que no la utilizaron. El uso de la calculadora gráfica tuvo efectos positivos en la formación matemática de aquellos estudiantes que, habiéndola utilizado en un diseño curricular innovador, continuaron sus cursos de Matemática dentro de esquemas tradicionales en los que no se podía utilizar la tecnología.

Si bien los resultados de estas investigaciones no son contundentes, indican que el acceso a la información tecnológica puede tener una importante influencia tanto sobre las aproximaciones matemáticas empleadas por los estudiantes, como sobre su rendimiento matemático.

2.2 Influencia de la calculadora gráfica sobre la comprensión de los conocimientos matemáticos

Mesa y Gómez (1997) definen el conocimiento como un conjunto de estructuras internas interrelacionadas que existen en la mente de cada ser humano. Afirman que la Matemática se aprende cuando se adicionan y conectan elementos con las estructuras internas de conocimiento o cuando se reorganiza una estructura ya existente. Han analizado el proceso de comprensión de un individuo desde dos perspectivas: 1) la de la dualidad operacional-estructural de los conceptos matemáticos y 2) la del manejo de los sistemas de representación.

Desde la primera perspectiva, se define visión como objeto y visión como proceso de un concepto matemático de la siguiente manera:

La visión del concepto como objeto, se refiere a éste como un ente que posee rasgos propios y que puede someterse a procesos regidos por reglas bien definidas. Esta visión es estática, instantánea e integradora. En la visión del concepto como proceso, es posible referirse a éste en términos de algoritmos, acciones y procedimientos. Esta visión es dinámica, secuencial y cargada de detalles (Sfard, 1991; citado por Mesa y Gómez). Estas dos concepciones de la misma noción Matemática no son excluyentes, y para obtener un profundo entendimiento de la Matemática es indispensable ver los conceptos como procesos y como objetos. Esto es lo que se conoce como la dualidad operacional (proceso)-estructural (objeto).

El segundo enfoque considera que un sistema de representación está formado por un conjunto de caracteres y un sistema de reglas que permite identificar nuevos caracteres del sistema, operar, y

determinar relaciones entre ellos. El medio es el conjunto de aspectos particulares del mundo físico que se usa para ejecutar acciones del sistema de representación (Kaput, 1992; citado por Mesa y Gómez). Es posible relacionar las diferentes clases de actividad matemática con los manejos que se dan a los sistemas de representación en el mundo físico, es decir, en el mundo que puede percibirse a través de los sentidos y en el que tiene lugar las acciones de los individuos.

La comprensión de los conceptos matemáticos depende tanto de la instrucción como de la experiencia. Cuando el individuo se enfrenta a una actividad matemática que involucra el manejo de conceptos, puede realizar ciertos pasos para trabajar en ella en forma oral o escrita. En cada paso de la estrategia se puede decir si se está manejando un concepto desde la visión operacional o desde la estructural y se puede reconocer qué sistema de representación se está usando.

Mesa y Gómez (1997) realizaron un trabajo exploratorio sobre la influencia de la calculadora gráfica en el estudio de diversos tipos de funciones utilizando los conceptos de dualidad operacional-estructural y el manejo de representaciones como perspectivas de aproximación a la complejidad de la comprensión. Dos grupos de estudiantes, uno con calculadora gráfica y otro sin ella, tomaron en semestres distintos un curso de precálculo en la Universidad de los Andes, Colombia, bajo la dirección del mismo profesor. En ambos grupos se tomó una prueba escrita con ejercicios de respuesta abierta al comienzo y al final del curso. Se trabajó únicamente con los sistemas de representación gráfica y simbólica. Los autores identificaron y clasificaron las estrategias que los estudiantes usaron al resolver los ejercicios de la prueba.

En el grupo que utilizó calculadoras, se observó un manejo más estructural de las funciones lineales y más operacional de las funciones polinómicas. También se observó en este grupo mayor evidencia de reconocimiento de atributos de los objetos, que en el grupo que no usó calculadoras. En ambos grupos se observó una tendencia a utilizar más representaciones simbólicas que gráficas.

Esta investigación sugiere que la calculadora por sí misma no es un elemento que garantice un manejo más estructural de los conceptos, como sí lo son los cambios en la instrucción, en el diseño curricular y en las visiones que el profesor tiene de su actividad y de las matemáticas.

Carulla y Gómez (1998) estudiaron el comportamiento de los estudiantes durante la resolución de un problema de aplicación de funciones racionales. El propósito fue investigar si había diferencias, y cuáles eran, entre los estudiantes de dos secciones diferentes de un curso de precálculo de la Universidad de los Andes, Colombia. En la sección 1, se desarrolló un nuevo diseño curricular que incluía el uso de la calculadora gráfica y en la sección 2 se utilizó el antiguo diseño curricular, sin el uso de la calculadora. La tarea fue resuelta en grupos de dos estudiantes, de forma tal que en la sección 1 quedaron 13 grupos y en la sección 2, 11 grupos.

Las respuestas fueron codificadas y analizadas con el fin de identificar las estrategias utilizadas por los estudiantes. Se encontraron diferencias entre las dos secciones. Las estrategias que utilizó la sección 1 fueron eficientes, en tanto que en la sección 2 no se encontraron estrategias eficientes. Se considera que una estrategia es eficiente cuando su realización aporta a la solución del problema.

Dado el diseño curricular que se utilizó en la sección 1, estos estudiantes desarrollaron más posibilidades de interacción entre los procesos gráficos y los procesos simbólicos en contraposición a los estudiantes de la sección 2 que vieron el mismo contenido matemático pero, aunque se hizo énfasis en lo gráfico, no se promovió una integración clara entre lo gráfico y lo simbólico.

2.3 Actitudes de los estudiantes hacia la Matemática con el uso de la calculadora gráfica

De la revisión de un número importante de estudios, Aiken (1970) puntualizó que las actitudes negativas de los estudiantes crecen a medida que van avanzando en la escala académica, desde la escuela elemental hasta el nivel universitario. De todos los factores que afectan las actitudes de los estudiantes, consideró la actitud del profesor con particular importancia.

Por otro lado, Aiken (1970) notó que las actitudes y ansiedades son mejores predictores del desempeño en Matemática de las mujeres que de los varones. Los varones han sido tradicionalmente vistos como mejores que las mujeres en la resolución de problemas, aunque en un estudio efectuado a alumnos de 11º grado del secundario los investigadores encontraron superioridad por parte de las mujeres en el cálculo y factores de razonamiento. En estudios del nivel universitario se encontró mayor actitud positiva hacia la Matemática por parte de los varones que de las mujeres.

Hart (1989) analizó en un estudio longitudinal, el comportamiento en la clase de Matemática de un grupo de estudiantes de 17 años de ambos sexos. Observadores entrenados registraron las características de cada interacción entre el grupo de estudiantes y el maestro. Los varones mostraron interactuar públicamente con sus maestros más que las mujeres.

La confianza con respecto a la propia habilidad en el aprendizaje matemático marca también diferencias relacionadas con el sexo entre los estudiantes de la escuela elemental hasta los de la universidad. Los varones, a menudo, tienen mayor puntaje que las mujeres en la propia confianza sobre su desempeño matemático.

Gómez (1997a) exploró el impacto de la introducción de las calculadoras gráficas en las actitudes de los estudiantes de precálculo de la Universidad de los Andes. El estudio se realizó con tres grupos diferentes de estudiantes, y se tuvo en cuenta tanto la dimensión cognitiva de las actitudes como la dimensión afectiva y la comportamental. Con tres instrumentos de análisis de datos se pretendió cubrir las diversas categorías descritas anteriormente de estas tres dimensiones. Las pruebas de actitudes y las entrevistas clínicas, se administraron a dos grupos de estudiantes que tuvieron el mismo profesor, un grupo que cursó la asignatura tradicional (control), y un grupo que tuvo a su disposición las calculadoras gráficas en cualquier momento, excepto en las pruebas de evaluación (experimental). Un tercer instrumento, un ensayo escrito, se aplicó un año más tarde a un grupo de estudiantes con un profesor diferente, teniendo las calculadoras gráficas a su disposición, inclusive durante las pruebas de evaluación y dentro de una situación curricular más desarrollada en cuanto a su adaptación a la presencia de la tecnología.

La prueba de actitud que se utilizó fue la de Fennema y Sherman (1976) (citada por Gómez, 1997a),

que es una prueba clásica para explorar las actitudes de los estudiantes hacia la Matemática. Esta prueba consta de cinco escalas: actitud hacia el éxito en Matemática, percepción del profesor, confianza en el aprendizaje, compromiso motivacional y utilidad de la Matemática. Cada escala contenía seis afirmaciones positivas y seis negativas en una escala de Likert desde 1 (muy en desacuerdo) a 5 (muy de acuerdo). Utilizando un diseño cuasi-experimental, la prueba se aplicó al comienzo (pre) y al final (post) del curso, al grupo control y al grupo experimental. El propósito principal del estudio era el de identificar la existencia de diferencias significativas en alguna de las escalas entre el grupo control y el grupo experimental con motivo de la utilización de las calculadoras en el segundo grupo.

No se apreciaron diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos en ninguna de las escalas.

Al mismo tiempo, complementando el análisis de las pruebas de actitudes, se realizaron una serie de estudios de caso. Se seleccionaron cinco estudiantes de cada uno de los dos grupos, con los que realizaron dos entrevistas clínicas al comienzo y al final del semestre. Éstas consistían en un cuestionario de preguntas abiertas. Inmediatamente después de realizar cada entrevista, se hizo un resumen de las respuestas de los estudiantes que se clasificaron en diferentes grupos: percepción de sí mismo, visión de la Matemática, visión de la enseñanza, visión del aprendizaje, visión de los recursos y sensaciones en el trabajo en Matemática. Para identificar posibles diferencias entre los dos grupos, se compararon los resultados de ambos al comienzo del semestre y al final del mismo.

No se encontraron diferencias relevantes en las respuestas de los estudiantes de los dos grupos al inicio del semestre pero, a diferencia de los resultados de la prueba de actitud, se encontraron cambios en las visiones de los estudiantes de ambos grupos entre el comienzo y el final del semestre. Los estudiantes del grupo experimental le dieron más importancia al aspecto gráfico en su visión de la Matemática, y se notó en ellos mayor claridad en cuanto a la capacidad de análisis como elemento central del proceso de aprendizaje de la Matemática.

Un año después, durante la última semana del semestre, se realizó un ensayo para explorar los efectos de la introducción de las calculadoras gráficas en las actitudes de los estudiantes. El profesor pidió a los estudiantes que escribieran un ensayo de estructura libre en el que dieran sus opiniones sobre qué es la Matemática, cómo se aprende, y qué papel juega la calculadora gráfica en su enseñanza y aprendizaje.

Una revisión de 21 ensayos permitió conjeturar que las opiniones de los estudiantes giraban alrededor de una visión de la Matemática diferente de la que ellos tenían al finalizar el colegio secundario. Los estudiantes le dieron poca importancia a la memorización de procedimientos y su utilización de manera mecánica, enfatizando la necesidad de analizar y relacionar. Consideraron que la calculadora juega un papel en el proceso de aprendizaje, no para resolver problemas sino como ayuda complementaria al poder verificar con ella las respuestas, identificar errores, comprender situaciones propuestas y ahorrar tiempo al generar las representaciones gráficas rápidamente.

De los resultados de las entrevistas y del ensayo, Gómez (1997a) señaló que la utilización de las

calculadoras gráficas tuvo efectos en las actitudes de los estudiantes, mientras que la prueba de actitudes no mostró diferencias significativas. Según el autor, esta aparente contradicción se debió a que la prueba de actitud centró su atención en aspectos diferentes de aquellos que se resaltaron en los otros instrumentos de medición. Las entrevistas y el ensayo mostraron que la visión de los estudiantes con respecto a su competencia en Matemática se relaciona con el esfuerzo que deben invertir en su trabajo.

Si bien los resultados indican que los estudiantes que cursaron la asignatura con la calculadora gráfica tienen una visión diferente de su competencia en Matemática y de su proceso de aprendizaje, no es posible concluir que estos efectos sean un producto inmediato o automático de la utilización de la tecnología. Los estudiantes construyen sus actitudes en base a la relación que ellos establecen con el profesor en el proceso de construcción de su conocimiento matemático. Esta relación depende tanto del comportamiento del profesor, como del diseño curricular que éste desarrolla, y la utilización de las calculadoras gráficas afectan a cada uno de estos factores.

2.4 La calculadora gráfica en el salón de clase

Gómez (1997c) estudió los efectos de la introducción de la calculadora gráfica en el salón de clase en dos cursos de precálculo de la Universidad de los Andes, Colombia. Realizó un análisis de la interacción social y del discurso matemático en dos grupos de estudiantes: el grupo control compuesto por 30 estudiantes que siguieron el currículo tradicional y el grupo experimental también con 30 estudiantes que cursaron la materia en el siguiente semestre con la misma profesora. Cada uno de los estudiantes de este último grupo recibió una calculadora gráfica TI-85 para usar en la clase y en casa, pero no se les permitió usarla durante las pruebas de evaluación. El «nuevo diseño curricular» consistió más en una adaptación de la calculadora al diseño existente que en una reformulación de este diseño teniendo en cuenta la presencia de la nueva tecnología.

En ambos grupos se grabó en video las clases correspondientes al tema de funciones cuadráticas. El estudio fue descriptivo y exploratorio.

La interacción en el salón de clase, según Gómez y Rico (1994) y Gómez (1997c), tiene lugar en un momento dado del proceso de enseñanza y aprendizaje entre, por lo menos, dos actores, aun cuando uno de ellos puede no manifestar explícitamente una reacción al mensaje que el otro le ha transmitido. El profesor es generalmente uno de los actores de la interacción, pero ésta también puede tener lugar entre dos o más alumnos sin la participación del profesor.

La interacción tiene lugar gracias a que existe una comunicación entre los actores y puede ser de tipo verbal o no verbal. El discurso matemático se realiza con motivo de la interacción en el salón de clase.

El instrumento de observación utilizado por Gómez (1997c) estaba compuesto por tres planillas: la primera para una breve descripción de lo sucedido durante el segmento, la segunda para las variables de interacción social y la tercera para las variables del discurso matemático. Cada segmento fue observado entre dos y cuatro veces.

El autor apreció en la interacción social cambios relevantes en el ritmo, ya que en el grupo experimental los alumnos participaron activamente en la determinación de las tareas que se realizaron en el salón de clase, situación que fue inexistente en el grupo control.

En cuanto al comportamiento de los actores, la profesora pasó de una situación en la que hacía presentaciones literales del contenido, corregía inmediatamente los errores de los alumnos, no inducía a los alumnos a presentar, desarrollar y justificar sus iniciativas e imponía su propia autoridad ante los alumnos, a otra en la que generaba situaciones problemáticas con propósitos didácticos, daba oportunidad a que los alumnos corrigieran sus errores, permitía que estos existieran durante un tiempo e inducía a los alumnos a que desarrollaran y justificaran sus iniciativas. Desde el punto de vista de los estudiantes, se pasó de una situación en la que ellos esperaban las instrucciones o el desarrollo literal del tópico por parte de la profesora, requerían de la autoridad de la profesora y no exponían iniciativas propias, a otra en la que cuestionaban la autoridad de la profesora y presentaban iniciativas propias. La interacción entre los alumnos también presentó diferencias relevantes; se pasó de una situación en la que casi no había ninguna interacción entre los alumnos a otra en la que se generaba discusión entre ellos.

Gómez (1997c) señaló que el discurso matemático en ambos grupos fue similar en la mayoría de sus dimensiones. Las únicas diferencias relevantes se observaron en las variables de aporte de cada uno de los actores. En esta dimensión, en el grupo experimental se notó una participación menos intensa de la profesora en la construcción del discurso y el correspondiente aumento de la participación de los alumnos en este proceso. La calculadora gráfica fue muy poco utilizada en los discursos de los tres actores.

Resumiendo, los resultados indicaron que la profesora cambió su comportamiento, pero el hecho de que no utilizara la calculadora durante las clases observadas marcó una influencia sólo indirecta de la calculadora en estos cambios. Los cambios en el comportamiento de los alumnos fueron los más importantes y en ellos la presencia de las calculadoras gráficas tuvo una influencia más directa. Se notó un mayor interés del alumno por el contenido, como consecuencia de una forma nueva de interactuar con éste. La profesora dejó de ser la única autoridad válida en el salón de clase y el libro de texto perdió una parte de su rol llenando la calculadora gráfica estos espacios en un proceso en el que el estudiante se pudo sentir más cómodo para tener ideas, desarrollarlas, verificarlas e intentar justificarlas ante la profesora y sus compañeros. Algunos de los cambios que se introdujeron en el diseño curricular del grupo experimental con motivo de la presencia de las calculadoras gráficas, pudieron influir en la interacción. Entre ellos, hubo mayores actividades de grupo en las que los estudiantes enfrentaron una situación problemática nueva y en las que es necesario conjeturar y experimentar.

3. CALCULADORA GRÁFICA EN LOS DISTINTOS PAÍSES

Aunque la aplicación de la calculadora gráfica a la educación se ha iniciado hace años en distintos países, el uso de la misma en la clase de Matemática y su utilización masiva no parecen ser lo más frecuente.

En Francia, desde 1990, el uso de la calculadora gráfica forma parte del currículo de la escuela secundaria. A pesar de esto, en la actualidad solo un 15% de los profesores de Matemática la incluyen en sus clases (Guin y Trouche, 1999).

En Victoria, Australia, en 1995 el Victorian Board of Studies aprobó el uso de las calculadoras gráficas en los cursos del año 12, y en 1997 se permitió el uso de la calculadora gráfica sin capacidad de procesamiento simbólico en los exámenes de Matemática. Sin embargo, según Jones y Mc Crae (1997), no hay consenso acerca del rol que deben jugar estas calculadoras en los exámenes. Algo similar ocurre en Inglaterra y Estados Unidos.

En Portugal, el uso de la calculadora gráfica fue recomendado en 1995 para la escuela secundaria, y desde 1998 el Ministro de Educación aprobó su uso en los exámenes. Carvalho e Silva (1998) considera que con ella los estudiantes experimentan, investigan, discuten, construyen, cambiando la situación de enseñanza de la Matemática.

En Suecia, el uso de las calculadoras gráficas es permitido en la escuela secundaria pero no están integradas al aprendizaje. La Matemática es presentada de la forma tradicional cumpliendo la calculadora el mismo rol que antes cumplían las tablas de Matemática y la regla de cálculo. Por otro lado, según Broman (1996), los profesores suecos no están suficientemente ejercitados en su uso.

En nuestro medio, los Contenidos Básicos de Matemática para la Educación Polimodal (1997), surgidos a partir de la reforma educativa argentina, sugieren que el desarrollo de los contenidos se haga a partir de la resolución de problemas, utilizando una variedad de estrategias y validando la solución en la situación original, analizando las limitaciones del mismo y haciendo predicciones mediante el uso de nuevas tecnologías como medio de explorar contenidos en el aula. Este documento recomienda el uso de las calculadoras gráficas bajo el supuesto de que éstas tornan más accesible el estudio de las funciones y sus aplicaciones, allanan los cálculos, posibilitan la observación de gráficos de muchos tipos de funciones de variable real y permiten analizar su comportamiento al variar los parámetros, distinguir propiedades especiales de las que no lo son, y relacionarlas con fenómenos concretos.

Sin embargo, aunque la reforma educativa argentina propone incorporar la nueva tecnología, todavía no se ha llevado a la práctica intensamente en los cursos de Matemática. En general, los profesores no prohíben la calculadora gráfica en clase, salvo en los exámenes, pero tampoco promueven su uso. En algunos colegios secundarios la clase se presenta en forma tradicional y la calculadora gráfica se usa para verificar, por ejemplo, gráficos de funciones que previamente fueron estudiadas utilizando métodos con lápiz y papel, sin integrarla al proceso de aprendizaje. Lo mismo ocurre en el primer año de la universidad. Además, si bien su costo es bajo, todavía no parece estar al alcance de todos los estudiantes.

Por otra parte, a nivel mundial, la esencia de la Reforma del Cálculo en la Universidad se basa en la comprensión conceptual. La visualización y la experimentación numérica y gráfica han cambiado aspectos fundamentales de la enseñanza. La disponibilidad de la tecnología ayuda a comprender con claridad los conceptos que sustentan las imágenes que aparecen en la pantalla. Cuando se las usa con propiedad, las

calculadoras gráficas y las computadoras son herramientas poderosas para descubrir y comprender esos conceptos.

La cantidad de libros de texto sobre Cálculo que se apoyan en el uso de la tecnología aumenta día a día. Con la ayuda de la calculadora gráfica se puede lograr la comprensión conceptual, fomentándola a través de distintos problemas, y conservando la esencia del cálculo tradicional. La tecnología no hace que el lápiz y el papel sean obsoletos; profesores y estudiantes deben saber decidir en donde resulta apropiado usar la mano o la máquina. Aún cuando la tecnología puede ser un componente crítico para implementar las metas de la Reforma, no caracteriza por sí misma a la Reforma.

4. CONCLUSIONES

Las investigaciones mencionadas proporcionan resultados promisorios en cuanto a la potencialidad de las calculadoras gráficas como apoyo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Las mismas sugieren presentar los conceptos matemáticos y utilizar la calculadora gráfica para reforzarlos y avanzar más allá en el conocimiento, recordando que la tecnología complementa el curso, pero no es la base del mismo. Los cambios se deben producir incorporando la calculadora gráfica dentro del proceso de aprendizaje y se deben integrar sin sacrificar la profundidad de los conceptos matemáticos.

Las calculadoras gráficas facilitan la exploración y el descubrimiento, favoreciendo una activa aproximación al aprendizaje y, aunque se podría pensar que ellas sólo permiten el trabajo individual, las investigaciones indican que promueven la interacción entre estudiantes y maestros y entre el conjunto de estudiantes.

Con la incorporación de la tecnología queda libre el tiempo dedicado a cálculos a mano, es decir, se genera un espacio que puede dedicarse a la resolución de problemas con datos reales y al desarrollo de la comprensión conceptual.

El análisis de las distintas investigaciones desde diversas perspectivas realizado en este trabajo, permite concluir que el desempeño de los alumnos en el aprendizaje de la Matemática mejora con el uso de las calculadoras gráficas. Esto sugiere la necesidad de incorporarlas cada vez más en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática durante el último ciclo de la secundaria y el primer ciclo universitario. No obstante, se debe tener en cuenta que los efectos de su uso no son producto de su mera presencia en el salón de clase. Estos efectos dependen del papel que se le asigne a la tecnología dentro del sistema curricular. Además, el comportamiento de este sistema depende de muchos factores que interactúan de manera dinámica entre ellos. La calculadora gráfica es un elemento potenciador del cambio en el sistema, que produce mejoras en la formación Matemática del estudiante.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aiken, Lewis (1970): «Attitudes toward mathematics», en: *Review of Educational Research*, 40 (2), pp. 551-596.

Broman, Per (1996): «Possibilities and fears». Trabajo presentado por el Group 18 Roles of Calculators in the Classroom en el 8º Congreso Internacional de Educación Matemática, Sevilla, España. Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Carulla, Cristina, y Gómez, Pedro (1998): Papel de la calculadora gráfica en la comprensión de la función racional. Trabajo presentado al III CIBEM por la Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia. Disponible: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Carvalho e Silva, Jaime (1998): «Are graphing calculators the catalyzers for a real change in mathematics education?». Trabajo presentado por el Group 18 Roles of Calculators in the Classroom en el 8º Congreso Internacional de Educación Matemática, Sevilla, España. Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Gómez, Pedro (1997a): «Calculadoras gráficas y precálculo. Las actitudes de los estudiantes». Bogotá, Universidad de los Andes, Centro de Investigación «una empresa docente». Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Gómez, Pedro (1997b): «Calculadoras gráficas y precálculo. Efectos en el rendimiento de los estudiantes». Bogotá, Universidad de los Andes, Centro de Investigación «una empresa docente». Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Gómez, Pedro (1997c): «Interacción social, discurso matemático y calculadora gráfica en el salón de clase». Bogotá, Universidad de los Andes, Centro de Investigación «una empresa docente». Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Gómez, Pedro, y Rico, Luis (1994): «Social interaction and mathematical discourse in the classroom». Bogotá, Universidad de los Andes / Universidad de Granada, Granada, España. Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Guin, Dominique, y Trouche, Luc (1999): «The complex process of converting tools into mathematical instruments: the case of calculators», en: *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3, pp. 195-227.

Hart, Laurie (1989): «Classroom processes, sex of student, and confidence in learning mathematics», en: *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (3), pp. 242-260.

Jones, Peter, y Mc Crae, Barri (1997): «Assessing the Impact of Graphics Calculators on

Mathematics Examinations». Trabajo presentado durante la XIX conferencia anual de Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA). Disponible en: <http://www.edfac.unimelb.edu.au>.

Kennedy, Paul (1993): «Investigating Polynomials and Systems of Equations with the Graphing Calculator», en: *School Science and Mathematics*, 93 (5), pp.253-256.

Mesa, Vilma, y Gómez, Pedro (1997): *Calculadoras gráficas y precálculo: exploración de aspectos relacionados con la comprensión*. Bogotá, Colombia, Universidad de los Andes, Centro de Investigación «una empresa docente». Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Quesada, Antonio (1996): «On the impact of the first generation of graphing calculators on the mathematics currículum at the secondary level». Trabajo presentado por el Group 18 Roles of Calculators in the Classroom en el 8º Congreso Internacional de Educación Matemática, Sevilla, España. Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Quesada, Antonio, y Maxwell, Mary (1994): «The effects of using graphing calculators to enhance College students performance in precalculus», en: *Educational Studies in Mathematics*, 27, pp.205-215.

Ruthven, Kenneth (1990): «The influence of graphic calculator use on translation from graphic to symbolic forms», en: *Educational Studies in Mathematics*, 21, pp.431-450.

Waits, Bert, y Demana, Franklin (1995): «La reforma de las Matemáticas y el papel de la tecnología», en: *UNO Revista de didáctica de las Matemáticas*, 4, pp.76-84.

Waits, Bert, y Demana, Franklin (1996): *Calculators in the classroom: A look to the future*. Trabajo presentado por el Group 18 Roles of Calculators in the Classroom en el 8º Congreso Internacional de Educación Matemática, Sevilla, España. Disponible en: <http://ued.uniandes.edu.co>.

Contenidos Básicos para la Educación Polimodal (1997).

Contactar

Revista Iberoamericana de Educación

Principal OEI