

Estudio del aumento de la concentración del CO₂ atmosférico en un curso universitario inicial de ciencias

Study of the increase of the CO₂ atmospheric concentration in an introductory university course of sciences

Pablo Valdés Castro

Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas, Cuba.

Rolando Valdés Castro

Departamento de Física. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Burgos, España.

Resumen

En el trabajo se describe un sistema de actividades para el estudio de una de las principales causas del calentamiento global: el aumento de la concentración de CO₂ en la atmósfera. La idea básica consiste en emplear procedimientos y modelos matemáticos sencillos, al alcance de los estudiantes, pero de los que puedan obtenerse resultados que concuerden con la realidad y los reportados en publicaciones científicas. El sistema de actividades ha sido utilizado con alumnos de primer año de un curso universitario inicial de ciencias, lo cual ha evidenciado que es viable y suscita gran interés en ellos.

Palabras claves: enseñanza de las ciencias, calentamiento global, dióxido de carbono atmosférico

Abstract

This paper describes a system of activities to study one of the main causes of global warming: the increase of CO₂ concentration in the atmosphere. The basic idea consists on using simple mathematical procedures and models, comprehensible for the students but for yielding results in agreement with reality and with those reported in scientific publications. The system of activities has been employed with students of the first year of an introductory course of sciences, and this has evidenced that it is viable and produces a great interest in them.

Keywords: science education, global warming, atmospheric carbon dioxide

Revista Iberoamericana de Educación / Revista Ibero-americana de Educação

ISSN: 1681-5653

n.º 65/2 – 15/07/2014

Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI-CAEU)

Organização dos Estados Ibero-americanos para a Educação, a Ciência e a Cultura (OEI-CAEU)



1. Introducción

Durante los últimos cien años la influencia de la ciencia y la tecnología en la sociedad y el medio ambiente ha sido colosal. Ellas han contribuido a mejorar la calidad de vida de muchas personas, pero al propio tiempo algunos de sus resultados se han convertido en seria amenaza para el medio ambiente y la vida humana (Duarte, 2009; Meadows, Randers y Meadows, 2006; Lovelock, 2011).

Tres graves problemas globales asociados a la explotación intensiva de combustibles orgánicos, especialmente fósiles, son: el inevitable agotamiento, el calentamiento global y la contaminación del medio ambiente. Enfrentarlos supone la urgente adopción de medidas políticas, tecnológicas y educativas, lo que obliga a elevar con rapidez el nivel de cultura de toda la ciudadanía sobre esos temas.

Tales temas a veces se consideran en la educación general y también en cursos universitarios de pregrado y posgrado relativos a estudios sociales de la ciencia y la tecnología (estudios CTS) o a la preservación del medio ambiente, sin embargo, ello suele hacerse de un modo general. Por su parte, en las universidades habitualmente no encuentran espacio en los cursos iniciales de ciencia (Física, Química, Matemática, Computación). Así, el tratamiento de la energía está siempre presente en las asignaturas de Física y Química, pero comúnmente se realiza al margen de los problemas mencionados. Muchos profesores universitarios asumen que su discusión corresponde a niveles precedentes de enseñanza, disciplinas específicas en carreras de ingeniería, o cursos de posgrado. Se requiere una mayor profundización en el estudio de estas cuestiones en el nivel universitario (Ull et al., 2010).

Mientras tanto, en la enseñanza de las ciencias en ocasiones se plantean situaciones que, si bien desarrollan el razonamiento, poseen un interés meramente académico. Más fructífero sería si, además de ello, esas situaciones fuesen de relevancia para la ciencia, la tecnología, la sociedad. Precisamente los temas mencionados están entre los de mayor importancia en la actualidad y, como consecuencia, entre los que espontáneamente tienden las personas a relacionar con la ciencia (Institute of Physics, 2008).

En este trabajo se ilustra una perspectiva para el estudio de una de las principales causas del calentamiento global: el aumento de la proporción de CO₂ en la atmósfera. La idea básica consiste en emplear procedimientos y modelos matemáticos sencillos, al alcance de los estudiantes, pero de los cuales puedan obtenerse resultados que concuerden con la realidad y los reportados en trabajos científicos. Esto contribuye no solo a que tomen conciencia de la trascendencia de la problemática abordada, sino también a elevar la calidad del aprendizaje: los motiva, conectan lo estudiado con situaciones prácticas, establecen relaciones interdisciplinarias, desarrollan importantes habilidades generales.

Al planificar el aprendizaje del tema se prestó especial atención a tres cuestiones:

- Planteamiento de la problemática del calentamiento global y acotamiento del estudio que se va a realizar.
- Utilización de la computadora como importante herramienta en la solución de problemas.
- Diseño del sistema de actividades que realizarán los estudiantes al abordar la problemática.

En el trabajo se pone especial énfasis en esta última cuestión. La idea hoy ampliamente extendida acerca de la necesidad de una activa participación de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje

fue argumentada y formulada en la didáctica general hace ya varias décadas (Danilov y Skatkin, 1978). En la didáctica de las ciencias frecuentemente se ha manifestado como "orientación constructivista del aprendizaje" (Gil-Pérez et al., 1999). No obstante, para realizarla en la práctica se precisa organizar debidamente la participación de los alumnos, y la forma más efectiva de hacerlo es por medio de un sistema de actividades convenientemente diseñado.

El sistema preparado consta de nueve actividades, que denotaremos $A1, A2, \dots, A9$, las cuales se describen a continuación en tres apartados. En el primero se consideran las actividades $A1-A3$, cuyo propósito es, luego de un breve debate inicial de la problemática del calentamiento global, concentrar la atención en el crecimiento de la proporción de CO_2 en la atmósfera. En el segundo apartado se describen las actividades $A4-A8$, a través de las cuales los estudiantes discuten los factores que determinan dicho crecimiento y analizan cada uno de ellos cuantitativamente. El tercer apartado se dedica a la actividad final, en la que elaboran un modelo matemático que les permite hacer un pronóstico de la concentración del gas en la atmósfera en los próximos años. La computadora se emplea como herramienta para procesar datos, ajustar ecuaciones a ellos, construir gráficos de tendencias, extrapolar curvas, integrar funciones.

2. Planteamiento de la problemática y acotamiento del estudio que se realiza.

Las emisiones de origen antropogénico de ciertos gases (dióxido de carbono, metano, óxido nitroso y otros) están modificando la composición de la atmósfera y provocando la intensificación del efecto invernadero en nuestro planeta. En sí mismo dicho efecto es positivo, se ha estimado que de no ser por él la temperatura media del planeta sería unos $30\text{ }^\circ\text{C}$ inferior a la actual, con lo cual no podría existir la vida tal como hoy la conocemos. Sin embargo, los datos de temperatura media del planeta revelan una tendencia lineal de aumento de $0,74\text{ }^\circ\text{C}$ (entre $0,56\text{ }^\circ\text{C}$ y $0,95\text{ }^\circ\text{C}$, con probabilidad de 90%) en el período 1906-2005 (IPCC, 2007a), y en la actualidad prácticamente existe un acuerdo generalizado de que ello se debe al incremento de las emisiones de gases de efecto invernadero producto de la actividad humana, principalmente de CO_2 . De continuar esta tendencia se producirá un calentamiento del planeta de catastróficas consecuencias.

A partir de un planteamiento inicial como el anterior es posible acotar el estudio del complejo problema del calentamiento global y fijar la atención en el aumento de la proporción de CO_2 en la atmósfera como una de sus principales causas.

Durante miles de años precedentes a la Revolución Industrial la actividad humana no alteró apreciablemente el balance natural entre el CO_2 emitido y el captado por la biosfera y los mares, de modo que su concentración en la atmósfera permaneció sin variaciones notables. Pero en la época industrial, debido sobre todo a las emisiones de este gas durante el empleo de combustibles fósiles, ese balance se ha alterado y una parte considerable del CO_2 emitido pasa a formar parte de la atmósfera por muchos años. Aunque en menor grado, la deforestación llevada a cabo en numerosos países también repercute en el incremento de su proporción en la atmósfera, y lo hace doblemente: por un lado, contribuyendo a las emisiones del gas cuando se queman bosques y, por otro, disminuyendo la capacidad de la biosfera para captar parte de las emisiones.

Las concentraciones medias anuales del CO₂ atmosférico se conocen desde 1959, lo cual posibilita que los alumnos examinen la tendencia de su aumento en las pasadas décadas, calculen la masa promedio del gas incorporada anualmente a la atmósfera, y lo que representa per cápita. Esto ayuda a que tomen conciencia de la gravedad de la problemática surgida y la responsabilidad que todos tenemos en ella.

A1. Crecimiento de la concentración del CO₂ atmosférico. A partir de la época industrial las emisiones de CO₂ debidas a la actividad humana alteraron el balance natural que durante miles de años mantuvo prácticamente constante su concentración C en la atmósfera y desde entonces aumenta sostenidamente. Hacia 1750, en los inicios de la Era Industrial, era alrededor de 278 ppm (Le Quére et al., 2013), mientras que en 1960 fue de 316,9 ppm y en 2012 de 393,8 ppm (Global Carbon Project, 2013a). a) ¿Cuáles fueron los incrementos porcentuales de C en los períodos comprendidos desde la época preindustrial a 1960, y desde ese año al 2012? b) Utilizando los datos de la Tabla 1 describe la tendencia de su aumento en el período 1960-2010.

Tabla 1.
Concentración media anual de CO₂ en la atmósfera medida
en Mauna Loa, Hawaii (Global Carbon Project, 2013a).

(año)	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
C(ppm)	316,9	320,0	325,7	331,1	338,7	346,0	354,3	360,8	369,5	379,8	389,8

a) Los incrementos porcentuales de la proporción C de CO₂ en la atmósfera fueron:

Del período preindustrial a 1960:

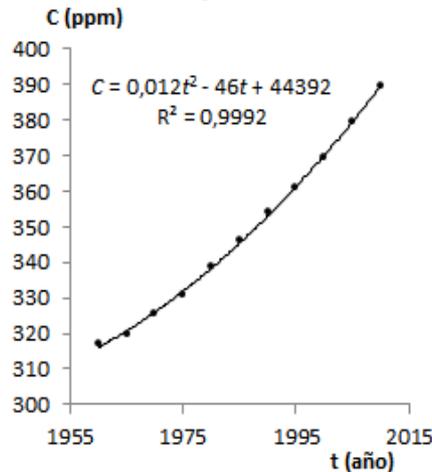
$$\frac{316,9 \text{ ppm} - 278 \text{ ppm}}{278 \text{ ppm}} \times 100 = 14\%$$

De 1960 a 2012:

$$\frac{393,8 \text{ ppm} - 316,9 \text{ ppm}}{316,9 \text{ ppm}} \times 100 = 24\%$$

De este modo, mientras en los primeros 210 años de la Era Industrial C aumentó en un 14%, en los siguientes 52 años, es decir en alrededor de la cuarta parte del tiempo, el aumento fue del 24%.

b) Un simple gráfico (Fig. 0) muestra que en el período 1960-2010 C(t) no solo aumentó anualmente, sino que lo hizo cada vez en mayor medida, aceleradamente: la pendiente de la curva es creciente. El ajuste mediante el método de "mínimos cuadrados" indica que en ese período la tendencia de aumento puede considerarse cuadrática.

Fig. 0Concentración media anual del CO₂ atmosférico en el período 1960-2010.

A2. Masa de CO₂ incorporada a la atmósfera. a) Utiliza los datos suministrados en la actividad anterior para calcular el incremento promedio anual de la concentración C del CO₂ atmosférico en el período 1960-2012. b) ¿Qué masa promedio del gas se incorporó anualmente a la atmósfera en ese período? Considera que el radio de la Tierra es $6,4 \times 10^6$ m, la presión atmosférica en su superficie $1,0 \times 10^5$ Pa y las masas molares del dióxido de carbono y el aire, 0,044 kg/mol y 0,029 kg/mol respectivamente.

a) Según los datos de la actividad anterior, el incremento promedio anual de C en los 52 años abarcados por el período fue:

$$\frac{393,8 \text{ ppm} - 316,9 \text{ ppm}}{52 \text{ años}} = 1,48 \frac{\text{ppm}}{\text{a}}$$

b) Si N es el número total de moles en la atmósfera y n el de CO₂, entonces $C = \frac{n}{N}$. En partes por millón, $C = \frac{n}{N} \times 10^6 \text{ ppm}$.

Puesto que $n \ll N$, una adición Δn de CO₂ a la atmósfera deja a N prácticamente invariable, por lo que es posible considerar $\Delta C = \frac{\Delta n}{N} \times 10^6 \text{ ppm}$ y escribir:

$$\Delta n = N \Delta C \times 10^{-6} \text{ ppm}^{-1}$$

Multiplicando ambos miembros de esa ecuación por la masa molar del CO₂ se obtiene la masa incorporada a la atmósfera:

$$\Delta m_i = \mu_{CO_2} N \Delta C \times 10^{-6} \text{ ppm}^{-1} \quad (1)$$

El número total N de moles en la atmósfera puede ser calculado como sigue:

$$N = \frac{m_a}{\mu_a}, \quad (2)$$

Donde m_a es la masa total del aire atmosférico y μ_a su masa molar. Puesto que el peso total de la atmósfera es numéricamente igual a la fuerza que ejerce sobre la superficie del planeta, entonces si P es la presión atmosférica en la superficie de la Tierra y R_T el radio de esta:

$$m_a g = 4\pi P R_T^2 \quad (3)$$

De las ecuaciones (1), (2) y (3) se obtiene:

$$\Delta m_i = \frac{\mu_{CO_2} P^4 \pi P R_T^2}{\mu_a g} \Delta C \times 10^{-6} \text{ ppm}^{-1}$$

Sustituyendo valores numéricos en la expresión anterior:

$$\Delta m_i = 7,97 \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{ppm}} \times \Delta C \quad (4)$$

Esta fórmula permite calcular la masa de CO₂ incorporada a la atmósfera a partir del incremento de su concentración ΔC en ella.

Como en el período considerado $\Delta C = 1,48 \frac{\text{ppm}}{\text{año}}$, se tiene:

$$\Delta m_i = 7,97 \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{ppm}} \times 1,48 \frac{\text{ppm}}{\text{a}} = 1,2 \times 10^{13} \frac{\text{kg}}{\text{a}}$$

El resultado muestra que la masa de CO₂ incorporada anualmente a la atmósfera es enorme.

En la próxima actividad los alumnos calculan lo que representa desde el punto de vista per cápita el incremento de la masa de CO₂ en la atmósfera en determinado año, por ejemplo, en el último año transcurrido. Ello contribuye a que se sensibilicen con la importancia que tienen las acciones individuales para enfrentar la problemática analizada.

A3. Contribución per cápita al incremento de CO₂ en la atmósfera. La proporción media de CO₂ en la atmósfera fue 391,63 ppm en el 2011 y 393,82 ppm en el 2012 (Global Carbon Project, 2013a). Determina en kilogramos la contribución per cápita a dicho incremento en ese período. Los estimados de población mundial a mediados de esos años son $7,00 \times 10^9$ hab y $7,08 \times 10^9$ hab, respectivamente (United Nations, 2013).

Un estimado de la contribución per cápita al incremento del gas en la atmósfera es $\frac{\Delta m_i}{P_m}$, donde Δm_i es el aumento de su masa y P_m la población media en el período. Según la fórmula (4):

$$\frac{\Delta m_i}{P_m} = 7,97 \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{ppm}} \frac{\Delta C}{P_m} = 2,5 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{hab}}$$

La cifra de más de dos mil kilogramos de CO₂ per cápita incorporados en un año a la atmósfera resulta sorprendente a muchos estudiantes. Por supuesto, se trata de un valor promedio, la contribución de los diferentes países y personas a esta cifra es muy dispar. Si bien en los últimos años algunas naciones industrializadas redujeron las emisiones per cápita y otras en desarrollo las aumentaron, las de los primeros continúan siendo mucho mayores.

Los resultados obtenidos en las tres actividades anteriores sugieren considerar los posibles factores que determinan el crecimiento de la proporción del CO₂ atmosférico.

3. Factores que determinan el ritmo de crecimiento de la concentración del dióxido de carbono atmosférico.

A4. Elementos implicados en el aumento de la proporción de CO₂ en la atmósfera. La concentración del gas en la atmósfera no solo crece anualmente, sino que lo hace cada vez con mayor rapidez. ¿Qué elementos pudieran estar implicados en ello?

En la discusión se llega a la conclusión de que el ritmo de crecimiento de la proporción del gas en la atmósfera está determinado al menos por:

- El crecimiento del número de personas en el planeta, cada una de las cuales utiliza recursos energéticos y, por tanto, en mayor o menor medida participa de las emisiones de CO₂.
- La masa de CO₂ emitida por persona y por unidad de tiempo, es decir, la rapidez de emisión per cápita del gas.
- La fracción que pasa a formar parte de la atmósfera, ya que una parte del gas emitido es absorbida por la biosfera y los mares.

En las siguientes actividades se examina cada uno de estos elementos cuantitativamente.

El crecimiento de la población mundial es un factor determinante no solo de los problemas asociados al uso de los combustibles orgánicos, sino también de otros, como la disponibilidad de alimentos, agua y recursos naturales en general. Se trata de una cuestión muy debatida.

Las opiniones sobre sus implicaciones para el futuro de la humanidad frecuentemente se ubican en dos extremos: 1) el que considera dicho crecimiento como condición indispensable para el desarrollo y 2) el que lo califica como el problema más grave que enfrenta la humanidad (Ehrlich y Ehrlich, 1994), o la "principal causa de problemas sociales" (Bartlett, 2004).

En el primer caso se pierde de vista que la Tierra es finita, sus recursos limitados y, por tanto, que es imposible un crecimiento indefinido de la población mundial. Al mismo tiempo, implícitamente se reduce el concepto de *desarrollo* al de *crecimiento económico*, obviándose otros importantes aspectos del primero (Vilches, Macías y Gil, 2009). En el segundo caso con frecuencia se asume que el crecimiento de la población mundial es exponencial. Y es cierto que esa fue la tendencia varias décadas atrás, pero desde la década de 1990, con la elevación de los niveles educativos, la incorporación de mayor número de mujeres al trabajo y otros factores, se aprecia una tendencia a la disminución de ese ritmo de crecimiento. En las dos actividades que siguen los estudiantes analizan el ritmo de crecimiento de la población mundial en las pasadas décadas.

A5. Modelo de crecimiento sin límite de la población mundial (1950-1990). Hacia mediados del siglo XX se redujo la tasa de mortalidad en muchos países y se aceleró el crecimiento de la población mundial. En esa época no había clara conciencia de la finitud de los recursos naturales de la Tierra ni de las afectaciones al medio ambiente producidas por la actividad humana. Tácitamente muchos asumían que el número de personas en el planeta podía ser ilimitado. a) Sobre esta base plantea una posible ecuación diferencial que describa el crecimiento de la población mundial en el período 1950-1990 y encuentra su solución, es decir, la población mundial en función del tiempo $P(t)$. b) Ajusta $P(t)$ a los datos de población para el período

considerado. c) A continuación extrapola la curva ajustada en el inciso anterior y compárala con los datos hasta el año 2010.

Tabla 2
Población mundial estimada el 1 de julio de cada año (United Nations, 2013).

#(año)	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
$P(\times 10^6)$	2526	2762	3026	3329	3691	4071	4449	4864	5321	5742	6128	6514	6916

Para plantear la ecuación pueden hacerse las dos consideraciones siguientes:

- La función $P(t)$ que describe la cantidad de habitantes en el transcurso del tiempo es continua.
- En un modelo simple es posible suponer que la rapidez $\frac{dP}{dt}$ de crecimiento de la población es proporcional al número de habitantes P , es decir, que:

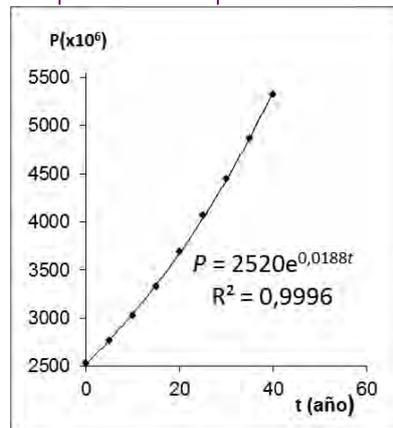
$$\frac{dP}{dt} = kP, \text{ donde } k \text{ es una constante.}$$

La solución de esta ecuación es:

$$P(t) = P_0 e^{kt} \quad (t = 0 \text{ para } P = P_0)$$

- a) La figura 1 muestra el gráfico de la función $P(t)$ ajustada a los datos correspondientes al período 1950-1990. El elevado coeficiente R^2 indica que el ajuste es muy bueno.

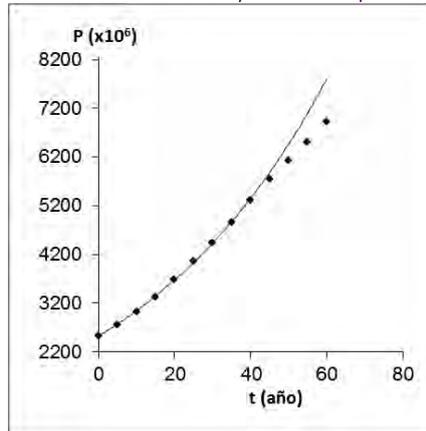
Fig. 1.
Modelo de crecimiento exponencial de la población mundial ajustado a los datos correspondientes al período 1950-1990 ($t = 0$ en el año 1950).



- b) En la figura 2 se muestra la curva de $P(t)$ extrapolada hasta el año 2010 y los datos de población hasta ese año. El gráfico evidencia que el modelo utilizado para describir el crecimiento de la población en el período 1950-1990 no se ajusta a años posteriores. Esto conduce a la necesidad de modificarlo, lo cual se realiza en la próxima actividad.

Fig. 2

Extrapolación de $P(t)$ hasta el año 2010 y datos de población hasta ese año.



A6. Modelo de crecimiento con límite de la población mundial. A partir de la década de 1990 en la mayoría de los países se redujo la tasa de natalidad. Al mismo tiempo, se ha ido adquiriendo conciencia de que los recursos naturales de la Tierra son limitados y que el daño al medio ambiente debido a la actividad humana es inmenso. El análisis de diferentes posibles escenarios de variación de la población mundial lleva a la convicción de que en algún momento dejará de crecer. a) Modifica la ecuación diferencial de la actividad anterior a fin de tener en cuenta esta situación y encuentra su solución $P(t)$. b) Ajusta la función a los datos de población correspondientes al período 1950-2010 y extrapola la curva hasta el año 2050. ¿Cuál es el estimado de población para ese año, de continuar la misma tendencia de crecimiento? ¿Por qué la estimación realizada está afectada de notable incertidumbre?

a) Es posible tener en cuenta la nueva situación mediante la ecuación:

$$\frac{dP}{dt} = kP(M - P),$$

donde M representa el límite de población mundial.

En efecto, para $P \rightarrow M$, $\frac{dP}{dt} \rightarrow 0$.

La ecuación puede ser resuelta mediante una simple separación de variables:

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P(M - P)} = \int_0^t k dt$$

Escribiendo el integrando del miembro izquierdo en forma de dos fracciones:

$$\int_{P_0}^P \frac{1}{M} \left(\frac{dP}{P} + \frac{dP}{M - P} \right) = \int_0^t k dt$$

Luego de integrar y resolver para $P(t)$ se obtiene:

$$P(t) = \frac{MP_0 e^{kt}}{M - P_0 + P_0 e^{kt}} \quad (5)$$

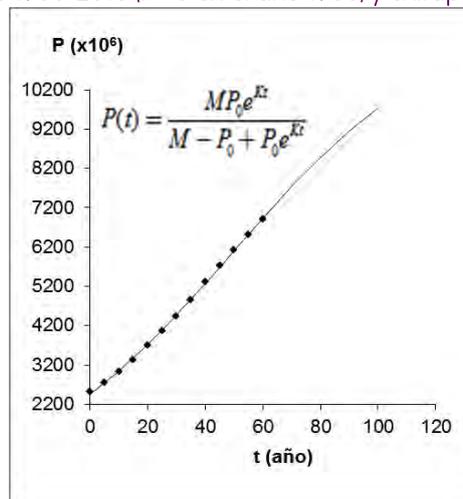
$K = Mk$ es una nueva constante.

- b) Con ayuda de algún software para cálculos numéricos, los estudiantes ajustan $P(t)$ mediante “mínimos cuadrados” a los datos de población mundial correspondientes al período 1950-2010, construyen el gráfico de la función y extrapolan la curva (Fig. 3). Según el gráfico, si tuviese lugar tal tendencia de crecimiento, la población mundial en el año 2050 sería alrededor de $9,7 \times 10^3$ millones de habitantes.

El resultado obtenido está comprendido entre las proyecciones de Naciones Unidas (United Nation, 2013) de población mundial correspondientes a los escenarios de fertilidad baja ($8,3 \times 10^3$ millones) y alta ($10,9 \times 10^3$ millones) para el año 2050, y es muy próximo a la cifra de $9,6 \times 10^3$ millones prevista por esta institución en un escenario de fertilidad media.

Fig. 3.

Modelo de crecimiento de población mundial con límite de población, ajustado a los datos de 1950-2010 ($t = 0$ en el año 1950) y extrapolado hasta el año 2050.



- c) La estimación realizada tiene notable incertidumbre por varias razones. En primer lugar, el modelo empleado es muy simplificado, combina el crecimiento exponencial de la población que caracterizó el período 1950-1990 con la tendencia de disminución de la rapidez de dicho crecimiento en años posteriores, pero no toma en cuenta otra serie de factores. Así, por ejemplo, luego de una disminución sostenida de la rapidez de crecimiento de la población a partir de 1990, ella ha aumentado nuevamente en el período 2005-2010. En segundo lugar, aun cuando se tengan en cuenta múltiples factores que puedan influir en el crecimiento de la población, resulta imposible prever el escenario concreto que tendrá lugar. Las propias instituciones especializadas realizan proyecciones de crecimiento teniendo en cuenta diversos posibles escenarios.

En la próxima actividad se considera el segundo de los factores que determinan el crecimiento de la proporción de CO₂ en la atmósfera.

A primera vista parece que la rapidez de emisión per cápita anual del gas tendría que haber aumentado durante las pasadas décadas, debido a la creciente demanda energética asociada al crecimiento económico y al mejoramiento de las condiciones de vida de gran parte de la población. Y ciertamente, en el caso de algunos países ha sido así. Sin embargo, gracias al desarrollo de tecnologías que conllevan menores emisiones de dióxido de carbono, a la elevación de la eficiencia durante las fases de obtención, transmisión y utilización de la energía, al empleo de recursos energéticos alternativos (eólicos,

solares, nucleares y otros) y, en años recientes, también a causa de la crisis económica mundial, otros países han disminuido las cantidades per cápita expulsadas anualmente a la atmósfera. De modo que esta cuestión requiere un análisis más detallado, cuantitativo.

A7. Rapidez media de emisión per cápita de CO₂ antropogénico. En la Tabla 3 se da la masa de CO₂ emitida en diferentes años. Utilizando esos datos y los de la Tabla 1 estima la rapidez media de emisión per cápita para esos años. ¿Tuvo grandes variaciones en el período 1960-2010? ¿Cuál fue su valor medio en ese período?

Tabla 3

Estimados de la masa total de CO₂ emitida en diferentes años debido a la actividad humana: quema de combustibles, fabricación de cemento, cambio de uso de la tierra

<i>t</i> (año)	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
Δm_e ($\times 10^{12}$ kg a ⁻¹)	14,7	17,1	20,5	21,6	24,1	25,4	27,8	29,0	29,0	33,8	37,8

Fuente: A partir de los datos de Global Carbon Project, 2013b.

Si se considera como unidad de tiempo un año, entonces los datos de la Tabla 3 representan la rapidez de emisión media $\frac{\Delta m_e}{\Delta t}$ correspondiente a cada uno de los años.

Los valores de la rapidez media de emisión per cápita pueden ser estimados mediante la fórmula $\frac{\Delta m_e}{\Delta t \times P_m}$, donde P_m es el valor medio de la población en cada año.

La Tabla 4 muestra los resultados de los cálculos:

Tabla 4

Resultados de los cálculos de la rapidez media de emisión per cápita de CO₂ antropogénico correspondientes a diferentes años.

<i>t</i> (año)	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
$\frac{m_e}{\Delta t \times P_m}$ ($\times 10^3$ kg a ⁻¹ hab ⁻¹)	4,86	5,14	5,55	5,31	5,42	5,22	5,22	5,05	4,73	5,19	5,47

Una inspección de los resultados revela que la magnitud $\frac{\Delta m_e}{\Delta t \times P_m}$ no ha tenido variaciones muy grandes en el período 1960-2010. Su valor medio es $5,20 \times 10^3$ kg a⁻¹ hab⁻¹ y la desviación estándar $0,24 \times 10^3$ kg a⁻¹ hab⁻¹, que representa un 4,6%.

Este hecho será aprovechado en la última actividad para considerar la rapidez de emisión per cápita mundial como constante y simplificar así el modelo matemático de crecimiento de la proporción del gas en la atmósfera.

A continuación se considera el tercero de los factores que determinan la cantidad de CO₂ que se incorpora a la atmósfera.

A8. Fracción de la cantidad de CO₂ emitido que se incorpora a la atmósfera. Una parte del CO₂ emitido es captada por los mares y la biosfera y la otra parte permanece en la atmósfera por muchos años. A partir de los datos de las Tablas 1 y 3 estima qué fracciones de las cantidades emitidas fueron incorporadas a la

atmósfera en los períodos 1960-70 y 2000-2010. ¿Qué sugiere la diferencia entre los resultados obtenidos para un período y otro?

La fórmula (4) y los datos de la Tabla 1 permiten calcular las masas incorporadas a la atmósfera en los períodos indicados.

En el período 1960-1970:

$$\Delta m_i = 7,97 \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{ppm}} \times (325,7 \text{ ppm} - 316,9 \text{ ppm}) = 7,0 \times 10^{13} \text{ kg}$$

En el período 2000-2010:

$$\Delta m_i = 7,97 \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{ppm}} \times (389,8 \text{ ppm} - 369,5 \text{ ppm}) = 1,6 \times 10^{14} \text{ kg}$$

Las masas totales del CO₂ emitido en esos períodos no pueden ser calculadas a partir de la Tabla 3, ya que esta no proporciona datos anuales, sino solo cada 5 años. No obstante, es posible realizar estimados a partir de valores promedio obtenidos con los datos de la tabla. Así, las masas de CO₂ que como promedio se emitió anualmente en esos períodos son:

$$\text{En el período 1960-1970: } \frac{1}{3} (14,7 + 17,2 + 20,6) \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{a}} = 17,5 \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{a}}$$

$$\text{En el período 2000-2010: } \frac{1}{3} (29,0 + 33,8 + 37,8) \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{a}} = 33,5 \times 10^{12} \frac{\text{kg}}{\text{a}}$$

Multiplicando los resultados anteriores por 10 años, se obtienen estimados de las masas del gas emitido en esos períodos: $17,5 \times 10^{13} \text{ kg}$ y $33,5 \times 10^{13} \text{ kg}$, respectivamente.

Por consiguiente, los estimados de las fracciones de la masa del CO₂ emitido que se incorporaron a la atmósfera son:

$$1960-1970: \frac{\Delta m_i}{\Delta m_e} = \frac{7,0 \times 10^{13} \text{ kg}}{17,5 \times 10^{13} \text{ kg}} = 0,40$$

$$2000-2010: \frac{\Delta m_i}{\Delta m_e} = \frac{1,6 \times 10^{14} \text{ kg}}{33,5 \times 10^{13} \text{ kg}} = 0,48$$

El aumento de un período al otro de la fracción que pasa a formar parte de la atmósfera indica una disminución de la fracción captada por los mares y la biosfera. Esto pudiera explicarse por la dependencia de esta última respecto a la cantidad emitida, y también respecto a la temperatura del planeta, la cual se ha elevado durante las pasadas décadas.

4. Modelo matemático de aumento de la concentración del CO₂ atmosférico

El estudio hasta aquí efectuado y, en especial, el resultado obtenido en la actividad A.7 de que la rapidez media de emisión per cápita de CO₂ antropogénico no ha tenido variaciones muy grandes en el período 1960-2010, hacen posible elaborar un modelo matemático simple de aumento de la proporción del gas en la atmósfera. Ese es el objetivo de la última actividad.

A9. Modelo simple de aumento de la concentración $C(t)$ de CO_2 en la atmósfera para el período 1960-2010. a) Plantea una posible ecuación para $\frac{dC}{dt}$ y halla $C(t)$. b) Ajusta esta función a los datos de la Tabla 1. c) Se considera que para evitar una elevación de la temperatura media del planeta en 2°C por encima de la actual (lo que tendría dramáticas consecuencias para la vida humana y el ecosistema) se requiere que la proporción de CO_2 en la atmósfera no sobrepase 450 ppm. Extrapolando $C(t)$ y estima hacia qué año se llegaría a ese valor de continuar la tendencia de aumento considerada en el modelo elaborado.

a) Para un modelo simple los estudiantes hacen las tres suposiciones siguientes:

- ✓ La rapidez media de emisión per cápita de CO_2 antropogénico en el período 1960-2010 se mantuvo constante.

En efecto, la actividad A7 evidenció que la magnitud $\frac{\Delta m_e}{\Delta t \times P_m}$ no tuvo grandes variaciones en ese período, por lo que se asumirá:

$$\frac{\Delta m_e}{\Delta t \times P_m} = \text{const.} = k_e \quad (6)$$

- ✓ La fracción del CO_2 emitido incorporada a la atmósfera también fue constante.

La actividad A8 mostró que en realidad dicha fracción creció, sin embargo, para un modelo simplificado puede considerarse constante. Designando la fracción por η :

$$\Delta m_i = \eta \Delta m_e \quad (7)$$

- ✓ La población mundial en ese período viene dada por (5): $P(t) = \frac{MP_0 e^{Kt}}{M - P_0 + P_0 e^{Kt}}$

A partir de estas suposiciones puede obtenerse $\frac{dC}{dt}$. Así, combinando (6) y (7) se tiene:

$$\frac{\Delta m_i}{\Delta t} = \eta k_e P_m$$

Y al sustituir en esta la ecuación (4):

$$\frac{\Delta C}{\Delta t} = a P_m$$

donde a es una nueva constante.

Con cierta aproximación es posible escribir la ecuación en forma diferencial:

$$\frac{dC}{dt} = aP$$

P representa la población mundial en el instante t , dada por (5).

La solución de la ecuación es:

$$C(t) = C_0 + a \int_0^t \frac{MP_0 e^{Kt}}{M - P_0 + P_0 e^{Kt}} dt$$

C_0 es la proporción de CO_2 en la atmósfera para $t = 0$ (en el caso dado, el año 1960).

La integración se realiza utilizando algún software para cálculos analíticos:

$$C(t) = b \left[\ln \left(1 + \frac{P_0}{M} (e^{Kt} - 1) \right) \right] + C_0 \quad (8)$$

Aquí $b = \frac{aM}{K}$ es otra nueva constante.

Para determinar los valores de b y C_0 se ajusta $C(t)$ a los datos de la Tabla 1. El ajuste se realiza fácilmente haciendo un cambio de variable para escribir (8) como una función lineal:

$$C(t) = bu(t) + C_0, \quad (9)$$

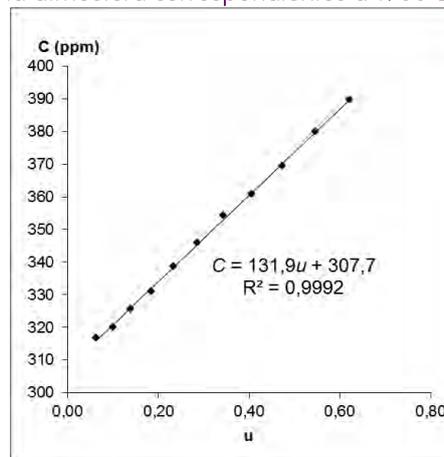
donde $u(t)$ es la expresión entre corchetes.

Los valores de P_0 , M y K en la expresión (8) fueron obtenidos ajustando (5) a los datos de la Tabla 2. Por eso, si al realizar ese ajuste se eligió $t = 0$ en el año 1950, entonces al ajustar (9) a los datos de la Tabla 1 es preciso tener en cuenta que el año 1960 de esta tabla corresponde a $t = 10$.

En la figura 4 se ve la recta ajustada a los datos de la Tabla 1. El elevado coeficiente R^2 indica que el modelo elaborado, aunque simple, es apropiado.

Fig. 4

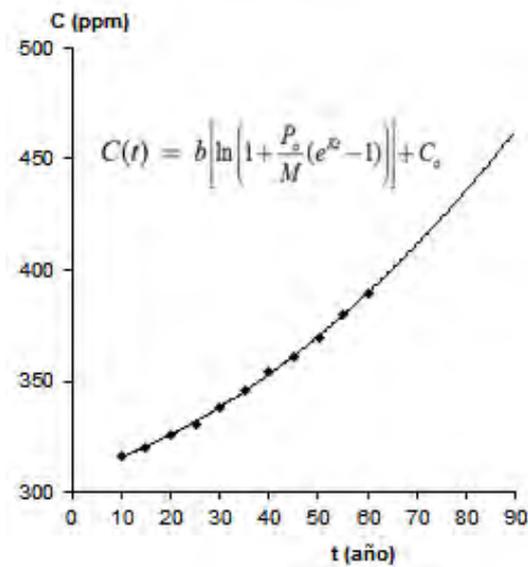
Ajuste de $C(t) = bu(t) + C_0$ a los datos de proporción de CO₂ en la atmósfera correspondientes a 1960-2010.



- b) En el gráfico de la figura 5 se han representado los puntos correspondientes a los datos de la proporción de CO₂ en la atmósfera y la curva $C(t)$ ajustada a dichos datos y extrapolada hasta el año 2040. Del gráfico se infiere que si la concentración C continúa aumentando según el modelo elaborado, alcanzará 450 ppm hacia el año 2035. Esto concuerda con los pronósticos de modelos confeccionados por instituciones especializadas (IPPC, 2007b).

Fig. 5

Modelo de crecimiento de la concentración de CO₂ en la atmósfera ajustado a los datos para el período 1960-2010 ($t=0$ en el año 1950) y extrapolado hasta el año 2040.



Aun si la población mundial dejase de crecer y permaneciese como la actual y la cantidad per cápita del CO₂ emitido anualmente continuase siendo la misma, de todos modos su concentración en la atmósfera, aunque más lentamente, seguiría creciendo. Eso significa que en un futuro próximo, inevitablemente se requerirá desarrollar una economía sin emisiones significativas de CO₂ (Méndez y Moliner, 2011).

5. Conclusión

El sistema de actividades descrito ha sido propuesto como actividad extraclase a estudiantes de primer año de la carrera de Física Nuclear del Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas de Cuba. Durante varias semanas trabajan de modo independiente, con el asesoramiento del profesor.

El intercambio con los estudiantes y la calidad de los informes preparados evidencian la viabilidad de las actividades y el elevado interés que suscitan en ellos. Además de introducir a los estudiantes en un tema de actualidad, contribuyen a desarrollar importantes habilidades generales, utilizar los conocimientos para analizar situaciones reales y establecer relaciones interdisciplinarias (Matemática, Física, Computación, Medio Ambiente, Ciencias Sociales).

Aunque el sistema fue diseñado para estudiantes universitarios de ciencia, varias de las actividades también pudieran ser utilizadas con alumnos de bachillerato, en particular las actividades A1-A4 y la A8.

Bibliografía

BARTLETT, A. A. (2004): "Thoughts on Long-Term Energy Supplies: Scientists and the Silent Lie", en *Physics Today*, New York, AIP, 57 (7), 53-55.

- DANILOV, M. y SKATKIN, M. (Edits.) (1978): *Didáctica de la Escuela Media*. La Habana, Libros para la Educación.
- DUARTE, C. (Coord.) (2009): *Cambio global. Impacto de la actividad humana sobre el sistema Tierra*. Madrid, Catarata.
- EHRlich, P. R. y EHRlich, A. H. (1994): *La explosión demográfica. El principal problema ecológico*. Barcelona, Salvat.
- GIL-PÉREZ, D., CARRASCOSA, J., DUMAS-CARRÉ, A., FURIÓ, C., GALLEGRO, N., GENÉ A., GONZÁLEZ E., GUIASOLA, J., MARTÍNEZ, J., PESSOA, A., SALINAS, J., TRICÁRICO, H. y VALDÉS, P. (1999). "¿Puede hablarse de consenso constructivista en la educación científica?", en *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), Barcelona, Universidad Autónoma de Barcelona, 503-512.
- GLOBAL CARBON PROJECT (2013a): *Annual Mean Concentrations at the Mauna Loa Observatory (PPM)*. <http://co2now.org/Current-CO2/CO2-Now/noaa-mauna-loa-co2-data.html> [Consulta: sept. 2013].
- GLOBAL CARBON PROJECT (2013b): *The Global Carbon Budget 1959-2011*. <http://www.globalcarbonproject.org/carbonbudget/12/data.htm> [Consulta: sept. 2013].
- INSTITUTE OF PHYSICS (2008): *Public Perceptions of Physics People*. London, Science and Policy Ltd, p. 1.
- IPCC (2007a): *Cambio climático 2007: Informe de síntesis*. Ginebra, IPCC, p.2.
- IPCC (2007b): *Climate Change 2007: The Physical Science Basis*. New York, Cambridge University Press, p. 790, Fig.10.20a.
- LE QUÉRÉ, C., ANDRES, R. J., BODEN, T., CONWAY, T., HOUGHTON, R. A., HOUSE, J. I., MARLAND, G., PETERS, G. P., VAN DER WERF, G., AHLSTRÖM, A., ANDREW, R. M., BOPP, L., CANADELL, J. G., CIAIS, P., DONEY, S. C., ENRIGHT, C., FRIEDLINGSTEIN, P., HUNTINGFORD, C., JAIN, A. K., JOURDAIN, C., KATO, E., KEELING, R. F., KLEIN GOLDEWIJK, K., LEVIS, S., LEVY, P., LOMAS, M., POULTER, B., RAUPACH, M. R., SCHWINGER, J., SITCH, S., STOCKER, B. D., VIOVY, N., ZAEHLE, S., AND ZENG, N. (2013): "The global carbon budget 1959–2011", en *Earth Syst. Sci. Data*, 5, 165–185. www.earth-syst-sci-data.net/5/165/2013/ [Consulta: oct. 2013].
- LOVELOCK, J. (2011): *La Tierra se agota*. Barcelona, Planeta.
- MEADOWS, D., RANDERS, J. Y MEADOWS, D. (2006): *Los límites del crecimiento 30 años después*. Barcelona. Galaxia Gutenberg.
- MÉNDEZ, R. Y MOLINER, R. (Coords.) (2011): *Energía sin CO₂. Realidad o utopía*. Madrid, Catarata.
- ULL, M. A., AZNAR MINGUET, P., MARTÍNEZ AGUT, M. P., PALACIOS, B. y PIÑERO, A. (2010): "Conocimientos y actitudes del profesorado universitario sobre problemas ambientales", en *Enseñanza de las Ciencias*. 28 (3), Barcelona, Universidad Autónoma de Barcelona, 433-446.
- UNITED NATIONS (2013). *World Population Prospects: The 2012 Revision*. <http://esa.un.org/unpd/wpp/Excel-Data/population.htm> [Consulta: sept. 2013].
- VILCHES, A., MACÍAS, O. y GIL D. (2009). *Década de la educación para la sostenibilidad. Temas de Acción Clave*. Madrid, Centro de Altos Estudios Universitarios de la OEI.