

FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES EN GEOMETRÍA CON GEOGEBRA

Jorge Francisco González Concepción*

SÍNTESIS: En este trabajo se presenta una experiencia de uso del *software* GeoGebra en la formación inicial que reciben los estudiantes del profesorado de Matemática Física, en la Universidad de Ciencias Pedagógicas Félix Varela Morales (Santa Clara, Cuba).

La experiencia busca contribuir a la profesionalización de los futuros docentes desde las disciplinas del currículo mediante la vinculación de los contenidos geométricos de las diferentes asignaturas a los contenidos del nivel para el cual se preparan. Se proponen, además, modelos de actuación que pueden ser utilizados durante la práctica docente y la futura labor profesional.

Se hace referencia, también, a las consideraciones teóricas que dieron lugar a la experiencia y se presenta una valoración del cumplimiento de los fines propuestos.

Palabras clave: *tareas docentes; GeoGebra; enfoque profesional; propiedades básicas.*

161

FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES EN GEOMETRÍA CON GEOGEBRA

SINTESE: Neste trabalho apresenta-se uma experiência de utilização do *software* GeoGebra na formação inicial que recebem os estudantes do professorado de Matemática Física, na Universidade de Ciências Pedagógicas Félix Varela Morales (Santa Clara, Cuba).

A experiência tenta contribuir para a profissionalização dos futuros docentes desde as disciplinas do currículo, mediante a vinculação dos conteúdos geométricos das diferentes matérias, até os conteúdos do nível para o qual se preparam. Propõe-se, ademais, modelos de atuação que possam ser utilizados durante a prática docente e o futuro labor profissional.

Palavras-chave: *tarefas docentes; GeoGebra; enfoque profissional; propriedades básicas.*

* Profesor de Geometría del Departamento de Matemática Física de la Universidad de Ciencias Pedagógicas Félix Varela Morales, Santa Clara, Cuba

INITIAL TRAINING OF TEACHERS IN GEOMETRY WITH GEOGEBRA

ABSTRACT: *This paper presents an experience in using the software GeoGebra in initial training that students receive from the Mathematical Physics teachers, at the University of Pedagogical Sciences Felix Varela Morales (Villa Clara, Cuba).*

The experience aims to contribute to the professionalization of future teachers from the disciplines of the curriculum through the linking of geometric contents of the different subjects to the contents of the level for which they are prepared. It proposes, in addition, models of action which can be used during teaching practice and in future professional work.

Reference is made, also, to the theoretical considerations that gave rise to the experience and presents an assessment of the achievement of the proposed purposes.

Keywords: *teaching tasks; GeoGebra; professional approach; basic properties.*

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo acelerado de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) comenzado a finales del siglo XX es una realidad indiscutible que se amplifica con la llegada del XXI. Cada día aumenta la dependencia de los medios informáticos, pues ese desarrollo ha irrumpido en todas las esferas de la vida. La educación, en consecuencia, no es una excepción: en ella toman forma los más diversos modos de aplicación de estas tecnologías que, aunque ya no tan novedosas, se perfeccionan cada día más.

El avance de la tecnología también trae aparejada la profundización de la brecha digital, por cuanto a pesar de los avances en modo alguno disminuyen los costos. Por tanto, las diferencias socioeconómicas tienen un peso más destacado en las posibilidades de acceder a las TIC y al uso de internet. Si se considera la tendencia de perseguir nuevas versiones de productos informáticos en cualquier esfera de la vida, se desprende una conclusión inmediata: la posibilidad del uso de las TIC en toda su extensión es directamente proporcional a las posibilidades económicas de los usuarios.

Si se tiene en cuenta que esta realidad se impone también en la esfera de la educación, se llega a la comprensión de que existirá una menor utilización de estas tecnologías en escuelas con menos posibilidades económicas, y que, como se expresa en el importante trabajo de Brun (2011), siguiendo la lógica, a estas escuelas asisten los alumnos pertenecientes a los sectores más desprotegidos de la sociedad. En consecuencia, estos recibirán menos formación, y así continúa una cadena que, lejos de cerrar la brecha digital, la ensancha cada vez más.

Se han hecho esfuerzos en América Latina en cuanto a la introducción de las tecnologías en la educación, aunque de forma no uniforme. Al respecto, es importante considerar las ideas de Bárcenas (2012) cuando expresa:

Las mejoras observadas se relacionan sobre todo con aspectos de la primera brecha digital, tales como el acceso. Queda por abordar la segunda brecha digital, referida al uso y apropiación de estas tecnologías para el aprendizaje. Es importante avanzar en capacitación docente para el uso pedagógico de las TIC, tema todavía ausente en políticas públicas de educación.

El autor de este artículo trabaja desde hace unos años con *software* de geometría dinámica (SGD) en la formación de profesores en la Universidad de Ciencias Pedagógicas Félix Varela Morales, de Cuba. Esta casa de altos estudios, al igual que el propio país, clasifica como de bajos recursos económicos, con muchas limitaciones para importar tecnología y con más limitaciones para acceder a nuevo *software*, incluso los libres de derechos, como el GeoGebra, están alojados en servidores que bloquean el acceso proveniente de Cuba.

Con independencia de las limitaciones materiales, esta universidad también cuenta con un claustro que hace lo posible por ofrecer una formación docente que esté a la altura de las mejores en el mundo, como muestra la realidad.

En estas condiciones, el autor ha tratado de introducir el uso de estos SGD de manera que respondan a las condiciones del país, que pueden ser las de otras muchas escuelas de Latinoamérica y también del resto del mundo.

El presente trabajo tiene el objetivo de mostrar una experiencia de introducción del uso de *software* de geometría dinámica en la formación de profesores, con un enfoque profesional, de manera tal que los docentes en formación adquieran conocimientos geométricos del nivel para el cual se preparan y que deben formar parte importante de su acervo cultural, y que a su vez logren apropiarse de modos de actuación que les serán útiles en su vida profesional.

Es necesario tener en cuenta que se considera *enfoque profesional* a la forma de estructurar el trabajo con las tareas docentes que utilizan *software* de geometría dinámica en la formación inicial de profesores, de manera que les permita apropiarse de los contenidos impartidos y que están relacionados con el nivel para el que se preparan; y además, que les sirva de modelo de actuación profesional.

2. DESARROLLO

A finales de la década de 1990, le ofrecieron al autor un *software* en un disco de 3½, el Cabri, cuya interfaz estaba en francés, al igual que la ayuda contextual. Como no conocía esa lengua ni tenía acceso a internet, no podía hacer mucho con él. Sin embargo, fue posible realizar algunos gráficos y estudiar algunas propiedades geométricas. La barrera del idioma hizo que no se pudiera avanzar mucho más allá.

En esos tiempos también apareció en el campo de acción del profesor el Geómetra, que resultó más sencillo pues la ayuda estaba en inglés, un idioma más conocido. Así pudo elaborar un manual, al cual se dedicó mucho tiempo.

Transcurrieron algunos años y por fin, a principios de 2004, el profesor accedió a internet, donde encontró muchos manuales y guías en español, muy útiles. Pero para entonces ya había dedicado infinidad de horas al tema y dominaba los aspectos necesarios para utilizarlo en las clases de Geometría que impartía en la formación inicial de profesores, como había venido haciendo desde antes. No obstante esto, los materiales encontrados en la web le sirvieron para confrontar sus ideas y determinar el rumbo a seguir.

164

Es importante empezar por aquí, pues aunque tuve la suerte de encontrarme con la persona que me puso en contacto con este tipo de *software*, el accionar descrito muestra cómo la brecha digital es un factor que opera en contra de la implementación de las TIC en los sistemas educativos, y cómo en los países más desfavorecidos están de manifiesto todos los aspectos que se consideran en esta brecha.

3. CONCEPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

Con el fin de introducir los *software* de geometría dinámica, se consideraron dos posibilidades. La primera era que los utilizara el profesor como un medio de enseñanza, para mostrar el interesante mundo de la geometría en el «laboratorio» que aparece en la pantalla de la computadora, pero se trataba de formar profesores, a los cuales se debía preparar para que pudieran accionar con ellos en su práctica docente y después de graduados, es decir, para que adquirieran modos de actuación profesional.

Otra variante era lograr que los profesores en formación adquirieran dominio del *software* redescubriendo aquellos contenidos del nivel para el que se preparaban, lo cual estaba en correspondencia con los requerimientos

de la formación, que consistían en vincular los contenidos de la disciplina Geometría con los de la geometría sintética escolar, y mostrar esos modos de actuación.

Se decidió entonces trabajar con el *software* Geómetra, partiendo de un diagnóstico de los contenidos geométricos precedentes, con vistas a comenzar la motivación de los profesores en formación mediante un corto curso para aprender a utilizar el *software*, poniendo atención a las principales dificultades encontradas y mostrando de esa manera la utilidad de este tipo de medio en el proceso de enseñanza / aprendizaje. Esto último debía ser planteado de manera explícita, por considerarse que una de las aspiraciones que deben tener las asignaturas del currículo de la formación de profesores es que contengan tanto de manera explícita como implícita las formas de actuación docente que se espera constituyan características del futuro profesor.

Lo anterior está en correspondencia con la necesidad de buscar solución al problema expresado por Villani (2001), al plantear que:

[...] existe una gran brecha entre la clase de geometría que se enseña en la mayoría de las preparatorias y universidades, y la geometría que se espera que los profesores en prospecto enseñen a sus futuros alumnos (sp).

También De Guzmán (2000) hace referencia a este asunto:

[...] gran parte de este tiempo de dedicación a la matemática no se dedica a enseñar destrezas que tengan que ver con la forma práctica de hacer fácil, asequible y atractivo el ejercicio de aprender matemáticas, sino de temas extraordinariamente abstractos de lo que se llama Didáctica de las Matemáticas. Los planes de estudio no parecen contemplar en la práctica que para transmitir cualquier saber concreto lo primero de todo es tenerlo (sp)

En estas condiciones, se estructuró la aplicación a la práctica del trabajo con el Geómetra –que fue el *software* con el que se trabajó inicialmente– siguiendo estos pasos:

1. Realizar un diagnóstico sobre los contenidos de geometría sintética precedentes.
2. Incluir como nuevo contenido en la disciplina un curso elemental de Geómetra, con el objetivo de preparar a los docentes en formación para la utilización de las herramientas y diferentes comandos del *software*.
3. Determinar los contenidos que serían tratados con el uso del *software*.

4. Preparar las tareas docentes a desarrollar, incluidas las realizadas por el profesor en el aula, por los alumnos en el aula y para el trabajo independiente de los alumnos, y que tenían como aspecto fundamental la realización de construcciones y el arrastre de puntos para variar las condiciones de las figuras.
5. Aplicar las tareas docentes en el proceso de enseñanza / aprendizaje.
6. Orientar un trabajo independiente sobre la elaboración de una tarea docente para tratar con el Geómetra un contenido de geometría escolar no abordado en clase con este medio, incluida una discusión de la tarea en el aula. Esta acción tiene el fin de comprobar la interiorización de los modos de actuación profesional que se tratan de introducir en el proceso de enseñanza / aprendizaje de la asignatura, en lo que concierne a la etapa de planificación del trabajo.
7. Realizar una entrevista grupal para conocer las opiniones finales de los estudiantes acerca de la geometría y de las formas de trabajo utilizadas.

166

El proceso de aplicación se extendió por varios cursos, siempre encaminado al trabajo con los contenidos de la geometría sintética que se trataban en la escuela.

Es necesario puntualizar que en los planes de estudio de la formación de profesores de Matemática, en los programas de las diferentes disciplinas, se hacía referencia a la necesidad de vincular con los contenidos escolares, partiendo de su sistematización y ulterior profundización, lo que, en el caso de la Geometría, se realiza mediante un enfoque axiomático donde se fundamenta la geometría sintética.

Desde ese punto de vista, el programa era una ayuda importante, aunque no contemplaba explícitamente la utilización de las TIC, lo cual quedaba abierto y fue aprovechado por el autor.

El segundo aspecto del enfoque profesional –la apropiación de formas de actuación profesional– se venía considerando como consecuencia de la aplicación de los resultados de la tesis de maestría del autor, donde explícitamente se analizaban los métodos y medios que se empleaban para el tratamiento de los contenidos en el proceso docente educativo de la geometría en la formación inicial docente.

Para cada curso en el que se aplicó la experiencia, se realizó un análisis del trabajo efectuado, donde se tuvieron en cuenta como aspectos centrales, en primer lugar, los conocimientos sobre el *software* necesarios para que los alumnos se apropien del contenido geométrico; en correspondencia, la estructuración de las tareas docentes en cuanto a las acciones que se requerían realizar, y, por último, pero no menos importante, la organización de la clase para el desarrollo de las actividades docentes.

Las primeras aplicaciones fueron realizadas con el *software* Geómetra, pero a partir del momento en que se conocieron otros *software* de geometría dinámica, fue sencillo, aplicando la filosofía aprendida, trasladar los conocimientos y concebir las mismas actividades con *software* diferentes, lo cual constituye una ventaja a la hora de trabajar. Un análisis basado en la utilización de diferentes tipos de estos *software* –como Cabri, Geómetra, GeoGebra y Regla y Compás–, permitió al autor darse cuenta de que todos ellos cuentan con las herramientas consideradas suficientes para aprender los contenidos de la geometría sintética plana.

Esta es una de las causas por las que se habla de manera genérica de «*software* de geometría dinámica», y los ejemplos que se analizan se plantean a partir del GeoGebra, un valioso *software* de este tipo que además tiene la característica de ser libre. Este es el que utiliza el autor en estos momentos.

4. SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Como ya se expresó, en los análisis realizados durante y después de cada aplicación, con vistas a ir perfeccionando el proceso de introducir los SGD, fueron evaluados algunos elementos esenciales que responden a las siguientes preguntas:

- ¿Qué habilidades con el *software* son necesarias para aprender los principales conceptos y propiedades de las figuras geométricas?
- ¿Cómo estructurar las tareas docentes para utilizar el *software*?
- ¿Cómo organizar el trabajo en las clases?

Durante un breve tiempo inicial, se les enseñó a los docentes en formación la mayoría de las herramientas y construcciones que son posibles de usar y realizar con el Geómetra, utilizando 16 horas de clases donde se trataron aquellos contenidos sobre cuyo diagnóstico los estudiantes tuvieron más dificultades.

Se observó que las principales dificultades para el uso radicaban en las habilidades para la construcción; lo que es lógico, puesto que la realización de construcciones geométricas siempre ha sido un contenido difícil por la necesidad de integrar en ellas muchos otros conocimientos geométricos. Luego, si se trata de identificar propiedades elementales para definir un determinado concepto, para determinar las propiedades de una figura geométrica que en lo externo solo necesitan de la observación, la propia construcción se convierte en un freno.

Ante esta situación, se trató entonces de limitar la profundidad de las construcciones, tanto en complejidad como en cantidad, pues la enseñanza y el aprendizaje de las construcciones no era el foco de atención como tal, sino el estudio de otras propiedades. En el caso de la utilización del Geómetra, inicialmente se usaron guiones, los cuales evitaban largas secuencias de pasos constructivos y permitían avanzar más rápidamente en la elaboración de conjeturas basadas sobre todo en la aplicación de elementos heurísticos, como la movilidad y la medición y comparación, que tan difíciles resultan sin este tipo de medio.

168

Los guiones eran elaborados por el docente, de modo que solo era necesario enseñar cómo utilizarlos. Es preciso aclarar que nunca se renunció a la realización de las construcciones fundamentales, que son muy útiles para la visualización de los conceptos, la comprobación gráfica de teoremas sobre las figuras geométricas elementales y el análisis para elaborar conjeturas sobre las propiedades.

De esta manera, el tiempo dedicado a la enseñanza del *software* se redujo al mínimo posible, de acuerdo con las características de los grupos. Es importante destacar que este análisis también estuvo encaminado a tratar de optimizar los medios disponibles, que estaban limitados a los laboratorios escolares, ya que no es frecuente que haya computadoras en los hogares, como sucede en muchos lugares del mundo, incluso en sectores de menos recursos de sociedades con mayor desarrollo.

Así, se realizó un estudio para determinar el *mínimo de herramientas* que es necesario enseñar a los estudiantes para que puedan aprender la geometría sintética plana. Esto es fundamental, puesto que sobre su base se elaboraban las tareas para tratar esos contenidos en la formación inicial docente; claro que los futuros profesores aprendían más sobre el *software*, pues para concebir estas tareas se necesita un nivel de dominio un poco más elevado.

El análisis de los contenidos de la geometría sintética plana del nivel básico y medio permitió llegar a la conclusión de que los conceptos y propiedades que son objeto de estudio en la geometría sintética se refieren a un número reducido de conceptos y propiedades geométricas, los cuales son: segmento, recta y semirrecta; puntos alineados y no alineados (para tres puntos o más); rectas paralelas, rectas que se cortan y rectas perpendiculares; longitud de un segmento o distancia entre dos puntos; suma de longitudes; ángulo, amplitud de un ángulo y suma de amplitudes; polígonos de n lados, y razón de segmentos.

En correspondencia, las *herramientas mínimas* se refieren a las que realizan acciones de construcción que permiten el análisis de los conceptos y relaciones en los que se basa la geometría sintética escolar, y que aparecen como propiedades esenciales en la mayoría de los conocimientos geométricos. Estas herramientas mínimas, entonces, se refieren a la construcción de puntos, rectas, segmentos, ángulos, puntos alineados y no alineados, rectas que se cortan, rectas paralelas, rectas perpendiculares, semirrectas, polígonos de n lados, o a la determinación de la longitud de un segmento o distancia entre dos puntos, la amplitud de un ángulo, la suma de longitudes de segmentos, la suma de amplitudes de ángulos y la determinación de la razón de segmentos. Se agregan por su especificidad las herramientas referidas a las transformaciones geométricas.

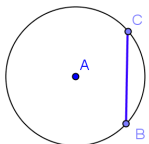
En correspondencia con las herramientas del *software* que se consideró necesario enseñar en cada etapa, fue cambiando la concepción de la estructura de la tarea docente, que pasó desde los enunciados iniciales del tipo «Construye tal figura (con niveles de dificultad altos o largas construcciones guiadas paso a paso), mide tales elementos, mueve tales puntos, compara los resultados y elabora alguna conjetura», hasta una estructura donde se parte de construcciones ya realizadas, incluso de mediciones ya hechas, y se hacen orientaciones sobre observaciones y arrastres de puntos a realizar, e incluso de otras construcciones breves y las correspondientes preguntas que permiten la elaboración de conjeturas.

Se muestran dos ejemplos de las tareas docentes concebidas para el tratamiento de dos temáticas de la geometría sintética. Inicialmente se dudó de su efectividad, por lo que observó con detenimiento el resultado de su aplicación.

Ejemplo 1

$$\text{Longitud}(\overline{CC'}) = 1.77$$

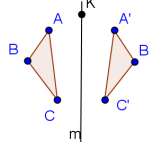
$$\text{Distancia}(A, \overline{BC}) = 0.98$$



1. Arrastra los puntos B o C y analiza la relación entre la distancia del centro a la cuerda y la longitud de la cuerda \overline{BC} .
2. Mueva A y repite el paso 1
¿Cambia la relación observada?
3. ¿Qué conjetura puedes elaborar?

Ejemplo 2

Se da el $\triangle ABC$ y su imagen el $\triangle A'B'C'$ por la simetría axial de eje m



1. Analice la relación entre el segmento determinado por un punto y su imagen y el eje de simetría.
2. Determine la imagen de K por dicha simetría.
3. ¿Cuál es la imagen de una recta perpendicular al eje de simetría? Construya la recta y su imagen.
4. Halle la imagen del $\triangle A'B'C'$ por la propia simetría
5. Mueva el eje m, ¿cambian lo antes observado?
6. Enuncie como afirmaciones lo observado

170

En el caso del ejemplo 1, donde el accionar con el GeoGebra consistía solo en arrastrar un punto y observar, se pensó que dicha característica podía desmotivar el trabajo; sin embargo, la tarea específica permitió llegar con rapidez al resultado y motivó a los profesores en formación a discutir sobre otras posibilidades de estructurar la propia tarea, en términos de cómo representar la distancia del centro a la cuerda; de si se dibuja o no el segmento que representa la distancia; de si, en el caso de dibujarse, es necesario que aparezcan las medidas. Es decir que en términos didácticos desató una rica polémica, donde la didáctica espontánea¹ jugó un papel importante.

Es bueno destacar que en este ejemplo también se muestra el enfoque profesional, explícito –como ya se expresó antes–, pues el tipo de análisis realizado es de los que propician que los profesores en formación puedan arribar al final con buenos ejemplos de tareas docentes elaboradas por ellos mismos, posibles de ser utilizadas en su ulterior labor docente.

En el caso del ejemplo 2 se pedía que realizaran varias construcciones fundamentales, además de otras que no se pedían de manera explícita, pero sobre las cuales se logró un avance rápido porque se trataba de construcciones obtenidas directamente y que forman parte de aquellas que permiten el análisis de las propiedades que caracterizan a cualquier ente geométrico. En este caso, se valoró que un aporte a la «facilidad con que se lograron los resultados» fue precisamente la composición del grupo de trabajo, cuestión esta que, por razones de espacio, se ha dejado para el final.

¹ Tiende a darse este nombre a aquellas opiniones que adquiere el estudiante a partir de su observación del actuar de sus profesores, lo que se refuerza en el caso de los que estudian para profesores.

Desde el inicio de la aplicación práctica y hasta la actualidad, el trabajo se organiza en pequeños equipos. En un principio, esto se decidió por la poca cantidad de computadoras disponibles –problema que aún sigue vigente–, pero también se hizo de esta manera aunque los grupos fueran pequeños, pues así se propicia la colaboración de los alumnos más aventajados con los que menos desarrollo tienen.

De acuerdo a lo observado en la primera aplicación, la composición inicial de esos grupos no fue la adecuada, pues a veces coincidían miembros con las mismas dificultades, ya fuera en geometría o en habilidades informáticas. A partir de la segunda aplicación, los grupos fueron balanceados de acuerdo con el diagnóstico, lo que permitió una colaboración más efectiva en el seno del grupo. De ahí la influencia de los grupos en los resultados del trabajo.

También se tuvo en cuenta realizar un aseguramiento del nivel de partida antes de cada actividad; en este caso, asegurar lo que es necesario de geometría y también aquellos aspectos de las herramientas del *software* a utilizar.

5. CONCLUSIONES

171

El GeoGebra brinda muchas posibilidades para ser utilizado en la formación inicial de profesores en la mayoría de las temáticas que son tratadas en las diferentes disciplinas. En especial, tiene muchas potencialidades para ser utilizado en tareas docentes con enfoque profesional en la disciplina Geometría, donde se aborden contenidos del nivel para el cual se preparan los futuros docentes, teniendo en cuenta utilizar el mínimo posible de herramientas del *software*, ya mencionadas anteriormente, de manera que sirvan de modelos de actuación para emplear en su práctica docente y una vez egresados.

De esta manera, con menos equipamiento y requiriendo de menor tiempo para aprender, de acuerdo con los recursos, se puede contribuir a que los profesores en formación se apropien de efectivas tecnologías –en este caso del *software* de geometría dinámica– que propicien su futura labor en las mismas condiciones en que aprendieron.

BIBLIOGRAFÍA

- BÁRCENAS, A. (2012). «Prefacio». En G. Sunkel y D. Trucco (eds.), *Las tecnologías digitales frente a los desafíos de una educación inclusiva en América Latina. Algunos casos de buenas prácticas*. Santiago de Chile: CEPAL, p. 13. Disponible en: www.cepal.org/publicaciones/xml/4/48484/LasTecnologiasDigitales.pdf.
- BRUN, M. (2011). «Las tecnologías de la información y las comunicaciones en la formación inicial docente de América Latina». *Serie Políticas Sociales* n.º 172. Santiago de Chile: CEPAL. Disponible en: www.eclac.cl/publicaciones/xml/2/44612/serie_172_mario_brun_tic_alis_09.2011.pdf.
- DE GUZMÁN, M. (2000). *La educación matemática en riesgo*(sp). Disponible en: www.amatematicas.cl/sw.a/00002589.
- LABARRERE, G. y VALDIVIA, G. E. (1988). *Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, pp. 94-95.
- VILLANI, V. (2001). «El camino a seguir». PMME-UNISON (sp). Disponible en: www.euclides.org/menu/articles/article4.htm.