

Innatismo y cultura en la noción de número

RUY DÍAZ DÍAZ

Universidad Tecnológica Centroamericana, Honduras

Introducción

Los elementos que involucran el desarrollo de los sistemas de conteo, diferenciando entre lo que Geary (1995) denomina habilidades cognitivas primarias (genéticas) de las secundarias (mediadas culturalmente), representan el núcleo de este trabajo. Las nociones innatas de número, que se denominan protonuméricas o numerosidad, se adoptan conforme los estudios de Wynn (1998, 2002) y Gelman y Gallistel (2004).

Lo anterior requiere reconocer la existencia de habilidades cognitivas innatas, que compartimos con otras especies de primates, a consecuencia de las propiedades de la evolución, específicamente de la radiación adaptativa, que se activan en determinados sectores del cerebro (de ahí que surja la idea de mapa funcional cerebral). Asimismo, precisa aceptar que el cerebro de los bebés pre verbales está dotado de conocimientos protonuméricos adecuados a las necesidades de su desarrollo ontogenético.

En la perspectiva de este trabajo, la comprensión de los mecanismos de adquisición y desarrollo de la noción de número por nuestra especie (el *Homo sapiens sapiens*) es decir, la forma en que se comporta el cerebro humano cuando resuelve problemas de aritmética elemental, implica asumir que las habilidades protonuméricas no requieren de lenguaje hablado, aunque éste ayuda a refinar la capacidad numérica (Wynn, 1998), es transcultural (Hirsch, 1998, p. 12, y Bishop, 1997a) y trasciende nuestra especie (Nieder y Millar, 2004). De acuerdo con Gelman y Gallistel (2004), el conocimiento del conteo parece emerger de una combinación de aspectos inherentes (basados biológicamente) y factores experienciales.

Los trabajos orientados por la idea del innatismo de la numerosidad son congruentes con los resultados obtenidos por investigadores sobre el desarrollo del cálculo aritmético en primates no humanos (Matsuzawa, 1985, y Boysen y Hallbert, 2000), en bebés pre verbales (Wynn, 1998; Wynn, *et al.*, 2002) y sobre la transculturalidad de la noción de número (Bishop, 1997a).

Ahora bien, las teorías con respecto a la forma en que los individuos de nuestra especie adquieren (aprenden) la noción de número y la aritmética elemental, a lo largo de su desarrollo ontogenético, han avanzado desde las posiciones conductistas de repetición memorística (Catsigeras, 2004) pasando por la teoría psicogenética de Piaget, que establece etapas no continuas de desarrollo, hasta alcanzar la etapa de las operaciones lógicas (Alonso y Fuentes, 2001) para llegar a la postura que parte de la noción innata de numerosidad en nuestra especie (Dehaene, 1997; Gelman y Gallistel, 2000, 2004), antinomia de la idea de que al nacer nuestro cerebro es una tabula rasa.

En consecuencia con lo señalado, Alvarado (2001) y Chamorro (2003, pp. 99-105) afirman que la enseñanza de la matemática del siglo XX se puede clasificar en tres etapas: la primera donde el énfasis se hacía en los procedimientos del cálculo, posteriormente, en los años 60, se orientó hacia el enfoque conceptual siguiendo las indicaciones del grupo Bourbaki y finalmente, a partir de los años 80, se ha centrado en la resolución de problemas.

La importancia de diferenciar los elementos innatos de los culturales en la asimilación de la noción de número, del conteo y de los sistemas numéricos, reside en que ello induce a considerar que el desarrollo ontogenético del individuo también incluye al cerebro, lo que implica que deben existir diferentes mecanismos de aprendizaje, en diferentes etapas de la vida, que requieren modelos diferenciados para enseñar-aprender.

1. Tabula rasa y navaja sueca como metáforas de la mente

Los sistemas numéricos se desarrollan por todo el planeta porque, además de tener nociones innatas de número (Gelman y Galistell, 2004), nuestra especie, aunque viviendo en diversas culturas, realiza actividades muy similares para su supervivencia, una de las cuales es el conteo, definiendo los caminos para describir los números, recordarlos y realizar cálculos con ellos (Bishop, 1997a). Así, sólo en Papua Nueva Guinea y Oceanía, Lean (1994) citado por Bishop (1997a), reportó la existencia de más de 2.000 sistemas de conteo diferentes y McLaughlin (2005) apunta que algunos sistemas de numeración se han mantenido intactos por miles de años.

Siguiendo la posición innatista de la numerosidad en nuestra especie, Dutton (2003) argumenta lo siguiente:

...en lugar de considerar la mente como una tabula rasa libre de contenido que se posee desde el nacimiento, sobre la cual se inscriben las habilidades y valores de la cultura a la que un individuo pertenece, la psicología evolucionista plantea la existencia de una serie de intereses, capacidades y gustos innatos, que se asentaron por medio del proceso de la selección natural y sexual.

Asimismo, según Savage, (1987,177) "la evolución humana no incluye, básicamente, procesos o mecanismos únicos en el mundo vivo y exhibe los mismos patrones de evolución lineal y divergente que son características de toda la vida". Nuestra especie, como cualquier otra, es un producto único de la selección natural y posee atributos que no se encuentran en otras especies (el antropomorfismo egocéntrico por ejemplo), pero también posee muchísimos atributos que comparte, en diferente medida, con otras especies. Esto último es producto de la radiación adaptativa conocida también como macro evolución.

La radiación adaptativa es "una característica significativa, observable de cambio, en todos los grupos de organismos" (Savage, 1987, p. 150) que "se presenta cuando un grupo de animales coloniza un área en la que hay pocos competidores o ninguno en absoluto y los animales evolucionan muy deprisa en distintas direcciones, llenando todos los nichos ecológicos" (Maier, 2001, p. 10).

Savage (1987, p. 155) reporta las siguientes propiedades de la radiación adaptativa:

- Se presenta después de la adquisición de una nueva adaptación general o entrada a una nueva zona adaptativa.

- Implica siempre divergencia evolutiva, no es lineal sino radial.
- Produce grupos con adaptaciones especiales paralelas entre diversos grupos divergentes, pero emparentados, que comparten un fondo común de adaptaciones generales.

En resumen, la radiación adaptativa genera numerosas líneas divergentes de entre las especies ancestrales. El cambio ocurre en un período corto de tiempo geológico, siempre que la nueva zona está desocupada, sin competencia y accesible (Savage, 1987, p. 160). Esta situación explica que las características físicas y competencias cognitivas que definen al *Homo sapiens sapiens* se encuentren en diferentes niveles de desarrollo en otras especies. Así, la habilidad de razonamiento, la memoria fina, el uso del lenguaje, las capacidades: emotiva, de aprendizaje y de flexibilidad en el lenguaje y la habilidad para producir respuestas, tienen significado, aunque limitado, entre los primates no humanos, según Savage, (1987, p. 182).

Desde la perspectiva de la psicología evolucionista, desarrollada por Cosmides y Tooby a partir de los años 80 del siglo pasado, es posible comprender (Dutton, 2003) la vida cultural y psicológica de los seres humanos en términos de su herencia genética, en tanto especie producto de la evolución y, en particular, plantea que nuestras capacidades mentales, inclinaciones y deseos son adaptaciones desarrolladas en los últimos dos millones de años.

Como consecuencia de lo afirmado por Dutton, se establece que nuestras habilidades cognitivas tienen sustento en especies de primates previas a nuestra aparición, por cuanto el *sapiens sapiens*, solo tiene 150 000 años de existencia (Ángela y Ángela, 1999). Por tanto, según Maier (2001, p. 93) deben existir similitudes entre el aprendizaje humano y el aprendizaje de los animales no humanos. En concreto, Maier (2001:100) refiere cinco aspectos básicos de la cognición que compartimos con otras especies: la formación de conceptos, el aprendizaje del lenguaje, la memoria, la percepción y la capacidad cuantitativa.

Durante los dos primeros tercios de la evolución de los homínidos tuvieron lugar pocos cambios en sus capacidades cognitivas, siendo equiparables, según Maier, (2001, p. 119), a las capacidades cognitivas de los chimpancés modernos. Dos millones de años después apareció el *Homo sapiens sapiens*, con cerebros triplicados en tamaño. La razón de este considerable crecimiento, continua el autor, "no es el uso de instrumentos, sino el desarrollo de estrategias sociales complejas, a partir del momento en que nuestros ancestros desarrollaron una teoría de la mente". El término teoría de la mente se refiere a "la capacidad de atribuir estados de conocimiento, intenciones y sentimientos a otros sujetos" (Maier, 2001, p. 115).

Lo referido por Maier es congruente con el hecho de que, aunque la diferencia entre las capacidades cognitivas de los humanos y de los chimpancés no sea importante en algunos aspectos (los chimpancés pueden aprender a asociar correctamente símbolos y números de un dígito (Matsuzawa, 1985; Maier, 2001, p. 108)), es notable la diferencia en lo que se refiere a la teoría de la mente y el lenguaje.

De esta manera, para Dutton (2003) la psicología evolucionista reemplaza la idea de la tabula rasa, como metáfora de la mente, con la metáfora de la navaja suiza:

...la mente es como un conjunto de herramientas y capacidades específicamente adaptadas para tareas e intereses importantes. Estas adquisiciones son adaptaciones para la vida en las pequeñas bandas de cazadores-recolectores, en las que vivieron nuestros antepasados antes de que comenzara la civilización tal como la concebimos ahora; entre ellas se encuentra la larga lista de las características universales de la mente del cazador-recolector de la edad de piedra, como por ejemplo el uso del idioma sometido a reglas sintácticas; los sistemas de parentesco con rechazo al incesto; las fobias, el interés por el alimento del niño; el nepotismo, favorecer a los parientes consanguíneos; la capacidad de fabricar y usar herramientas manuales...

A su vez, Geary (1995) sugiere que las habilidades cognitivas en el *Homo sapiens sapiens* se pueden clasificar en dos grupos:

- Las habilidades biológicamente primarias que incluyen el lenguaje y la habilidad de estimar cantidades (saber qué conjunto incluye más elementos de otro). Estas habilidades evolucionaron conforme los principios de la selección natural, sus raíces evolutivas residen en los animales no humanos, y suponen importantes ventajas adaptativas para los primates y para nuestros ancestros, estando presentes en todas las culturas.
- Las habilidades cognitivas secundarias, lectura y álgebra, por ejemplo, sólo se desarrollan en contextos culturales específicos. Estas habilidades no están presentes en todas las culturas y, consecuentemente, no se puede considerar que tengan un valor adaptativo genérico aplicable a todos los humanos.

En consonancia con la idea de que las habilidades cognitivas primarias evolucionaron por selección natural, la adquisición de estas habilidades resulta comprensiblemente divertida para un niño (Maier, 2001, p. 69), mientras Bishop (1999) recuerda que, según Vygotsky, la importancia del juego reside en que la acción y el significado se pueden separar para dar origen al pensamiento abstracto.

Sobre este aspecto, Hirsch (1998, p. 11) afirma:

...el juego es instintivo y universal en los niños, lo mismo que en muchos tipos de animales, y ayuda a desarrollar actividades cognitivas básicas hasta transformarlas en cogniciones más integradas y complejas como, entre otros, las relaciones sociales, el habla y los primeros pasos para aprender a contar. Estos aprendizajes "primarios", siguen una secuencia temporal en el desarrollo ontogenético del ser, que con toda razón puede denominarse "natural", porque se ha comprobado que son transculturales y universales.

De hecho, Maier (2001, p. 65) apunta que es suficiente una cantidad mínima de actividad lúdica para producir un efecto evolutivo y afirma que: "Los macacos requieren de 15 minutos diarios de interacción con coespecíficos de edad similar para mitigar los efectos negativos del aislamiento social".

Empero, por otro lado, por cuanto la selección natural no ha fomentado, por ejemplo, el desarrollo de la lectura y el álgebra, la eficacia del aprendizaje de estas disciplinas depende de la habilidad de los profesores y de los sistemas escolares para motivar a los alumnos, por cuanto los niños no están naturalmente motivados por este tipo de aprendizajes (Maier, 2001, p. 69).

Finalmente, sobre lo mismo, pero desde la perspectiva de la etnomatemática, en su propuesta para la reforma del currículo de matemática Bishop (1997b) plantea que la atención de los profesores ha estado focalizada en la transmisión y explicación de ideas matemáticas conceptuales y procedurales. Empero, los profesores deben atender también factores sociales y culturales e incluso, el autor propone que podría ser apropiado explorar diversos ciclos de conteo con los dedos, diversos símbolos del número y diversos algoritmos de la multiplicación.

2. Representaciones numéricas en el cerebro humano

La capacidad de conteo desempeñó un rol importante en la transición de la cultura mítica a la cultura teórica. Específicamente, el conteo antiguo proporcionó el puente entre la cultura mítica y el origen de

la escritura (Mouck, 2004). El mismo autor establece que: "El progreso en el conteo simbólico se asocia directamente no solamente a la primera forma de lenguaje escrito del mundo, sino también al desarrollo de los números".

Ahora bien, para Maier (2001:92) el cerebro de un bebé y el de un adulto están especializados en distintos tipos de aprendizaje, concretamente, en aprender aquellas relaciones que son importantes durante cada etapa de la evolución ontogenética.

Bermejo (1990:30) reproduce una escala de algunos conceptos del desarrollo de la noción de número durante la infancia, propuesta por Wagner y Walters (1982):

- 1) Búsqueda gestual (1.0 año).
- 2) Designación verbal de la pluralidad como diferente de la singularidad (1. años).
- 3) Uso de dos para designar pluralidad (2.0 años).
- 4) Uso de dos para describir solo pares de objetos, gestos etc. (2.2 años).
- 5) Uso de las primeras palabras para expresar distinciones algebraicas "mas" "menos" "igual" "diferente" (2.0 años).
- 6) Diferenciación del tamaño de los conjuntos usando numerales uno y dos; dos y tres y otros numerales (3.6 años).
- 7) El último numeral tiene un significado especial. (4.0 años).
- 8) El conteo es el único camino para evaluar la noción de número (4.4 años).

Más tarde, Dehaene, en Padrón (2002), propuso los siguientes estadios en el desarrollo del sentido numérico del niño:

- 1) Los recién nacidos rápidamente distinguen dos objetos de tres y quizás tres de cuatro, mientras que sus oídos notan la diferencia entre dos y tres sonidos.
- 2) Los bebés, de al menos seis meses de edad, son capaces de reconocer números pequeños de objetos o sonidos y combinarlos en operaciones elementales de sumas y restas.
- 3) A los quince meses, los bebés empiezan a seleccionar espontáneamente el mayor entre dos conjuntos de juguetes, mostrando los primeros rudimentos de comparación numérica.

Estos estadios, según Padrón (2002), son solamente los primeros pasos en la construcción de un "órgano cerebral", ubicado en el lóbulo parietal inferior de nuestro cerebro, que Dehaene llama "acumulador numérico", mismo que sirve para significar la naturaleza analógica y no digital de la representación numérica primitiva que se encuentra en nuestros cerebros.

Karmiloff-Smith (1994, pp. 131-132) y Marmasse, *et al.* (2000) se refieren a cinco principios que implican la adquisición de la noción de número en las etapas tempranas del desarrollo ontogenético de nuestra especie, enunciados por Gelman y Gallistel (que significan una ruptura con la teoría de Piaget debido a que este último consideraba que la conservación de la cantidad discreta era el principio central en la adquisición de la noción de número):

- Principio de correspondencia uno a uno.
- Principio de orden estable.
- Principio de cardinalidad.
- Principio de abstracción.
- Principio de orden irrelevante.

Asimismo, Adam y Hitch (1997), apuntan que la comprensión y producción de números y sistemas numéricos requiere, además de la adquisición de los principios enunciados, de los siguientes elementos:

- La habilidad de procesos verbales (por ejemplo cuarenta y dos).
- La representación numérica indo-arábiga (por ejemplo 42).
- Entender el significado de el procesamiento de los números (por ejemplo que el 4 en 42 representa 4 grupos de 10).

De los estudios con infantes pre verbales y con primates no humanos se ha obtenido información para responder a los siguientes interrogantes: ¿Realizamos las operaciones aritméticas con las áreas del cerebro del lenguaje o con las áreas visuoespaciales? y ¿Cómo interactúan esas áreas durante la resolución de problemas aritméticos? Así, de acuerdo con Dehaene (1999), en Houde y Mazoyer (2003), la aritmética exacta, por ejemplo la multiplicación bajo el algoritmo indo-arábiga tradicional, se sustenta en una representación lingüística y, por tanto, tiene soporte en las áreas cerebrales del lenguaje, mientras que la representación de las magnitudes numéricas es confiada a la corteza parietal que es el sitio visuoespacial de la fundamentos biológicos de las sensaciones numéricas en adultos, infantes pre verbales y monos.

Houde y Mazoyer (2003) recuerdan que, si bien Wynn argumenta que sus resultados avalan la existencia de capacidades tempranas para realizar operaciones aritméticas simples, Simon sostiene que los resultados en los experimentos de Wynn se deben a consideraciones visuoespaciales. Así, según Simon, la resolución de las tareas propuestas por Wynn requiere de una imagen visuoespacial y de la memoria de trabajo, dos funciones cognitivas que ya existen en el cerebro de los infantes pre verbales (lo que negaría la existencia de habilidades protonuméricas innatas del cerebro humano).

Las funciones visuoespacial y de la memoria de trabajo, son recuperadas en la aritmética exacta en adultos, cuando los cálculos son grandes. En consecuencia, para Houde y Mazoyer (2003) "la cognición visuoespacial y la cognición matemática no son mutuamente excluyentes en el cerebro humano, aunque todavía no se define el punto de quiebre entre ambos procesos".

A pesar del argumento esgrimido por Simon, Dehaene (1997) afirma que "nuestro cerebro aparentemente esta equipado desde el nacimiento de un sentido del número". El autor sugiere que no solamente las habilidades protonuméricas son innatas sino que además:

...la aritmética elemental parece ser una habilidad biológicamente determinada inherente a nuestra especie y tiene un substrato cerebral específico, un sistema de redes neuronales que se localizan de manera semejante en todos nosotros y que llevan a cabo el conocimiento de números y de sus relaciones.

Podemos añadir, siguiendo a Salguero-Alcañiz, *et al.* (2004) que, de acuerdo con las propuestas que hace el modelo anatómico funcional del cerebro, se postulan tres tipos de representaciones mentales

para los números, dos asemánticas (forma visual indo-arábiga y estructura verbal de la palabra) y una semántica (representación analógica de la magnitud):

- En la forma visual indo-arábiga, los números se representan como cadenas de dígitos; es una representación de carácter visuoespacial. Se localiza en las áreas occipito-temporal inferior ventral de ambos hemisferios.
- La estructura verbal de la palabra es la representación de los números en forma de secuencias de palabras organizadas sintácticamente, y se localiza en las áreas perisilvianas clásicas del lenguaje del hemisferio izquierdo.
- En la representación analógica de la magnitud se encuentra el significado de los números (cuantitativo y léxico): es en este ámbito donde la cantidad o magnitud asociada con un número se recupera y, a partir de ahí, puede ponerse en relación con otras cantidades. Esta representación estaría localizada en el parietal inferior de ambos hemisferios.

Mientras tanto, para Dehaene (1997) las matemáticas (o por lo menos la aritmética y la teoría del número) son una pirámide de construcciones mentales cada vez más abstractas basadas solamente en las siguientes capacidades:

- Nuestra capacidad para la notación simbólica.
- Nuestra capacidad no verbal de representar y de entender cantidades numéricas.

Sobre este punto, Padrón (2002) reitera la tesis de que, en el dominio de la aritmética elemental, nuestro cerebro utiliza al menos los dos formatos para representar los números. Primero, el formato simbólico, que se sustenta en nuestras facultades de lenguaje para la manipulación exacta de signos y algoritmos numéricos y segundo, la representación independiente del lenguaje (no verbal) que está localizado en los circuitos del cerebro asociados con lo visual y espacial, empleado en el cálculo aproximado de cantidades numéricas.

Padrón (2002) afirma que la representación de tipo simbólico, al estar sustentada en el lenguaje, es propia de la especie humana y pareciera pertenecer, principalmente, al dominio de la mente consciente. La representación analógica, que podría estar relacionada con las facultades numéricas que se observan en los recién nacidos (Wynn, 1998) y en algunos animales (Matsuzawa, 1985; Boysen y Hallbert, 2000), está ubicada en el plano inconsciente y parece servir de soporte intuitivo a la representación simbólica.

Finalmente, Catsigeras (2004) señala, en relación a la diferenciación de funciones que se asigna a los hemisferios derecho e izquierdo del cerebro, que: "No parece cierto, que pueda desarrollarse la matemática mediante un formalismo simbólico racional solamente, en uso solo del hemisferio izquierdo del cerebro sin conexión simultánea con el derecho". Ello implica que el aprendizaje en general, y de la matemática en particular, no tiene únicamente connotaciones racionales, sino también emocionales. De hecho, para García y García (2001, p. 328), "lo que se denominan funciones mentales superiores tienen su origen intersubjetivo común en sutiles intercambios emocionales que constituyen el cimiento de la actividad mental".

3. Procesos cognitivos durante el desarrollo del conteo y de la Aritmética

Salguero-Alcañiz, *et al.* (2004) establecen que el procesamiento numérico se asocia, normalmente, con el manejo de símbolos y palabras "...que representan cantidades y pueden manipularse mediante procedimientos de cálculo. Los números son símbolos y por tanto, al igual que las palabras, están formados por significado y significante".

Así, aunque generalmente se vincula el significado de un número con una cantidad; resulta que, como en las palabras, los números también pueden tener distintos significados, es decir, además de transmitir una cantidad, pueden evocar otras ideas no cuantitativas, debido a que forman parte del conocimiento numérico-léxico de cada persona. Este conocimiento incorpora información de carácter autobiográfico, información general de carácter enciclopédico (como constantes matemáticas o fechas relevantes) marcas publicitarias y otros (Salguero-Alcañiz, *et al.*, 2004).

La aritmética incluye varios procesos cognitivos y estrategias dependiendo, entre otros, del tipo de operación y de los símbolos numéricos (Lee y Kang, 2002). La representación numérica es dependiente de la habilidad de traducir números de una representación a otra, por ejemplo "cuarenta y dos" a "42". (Geary, *et al.*, 2000).

"En una simple operación aritmética intervienen (Dobato, *et al.*, 2000) mecanismos de procesamiento verbal y/o gráfico de la información, percepción, reconocimiento y en su caso producción de caligrafía y ortografía numérica y algebraica; representación número/símbolo; discriminación visuoespacial (alineamiento de los dígitos y colocación de éstos adecuadamente en el espacio), memoria a corto y largo plazo, razonamiento sintáctico y mantenimiento atencional".

Al mismo tiempo "si la operación de cálculo se realiza mentalmente, la información numérica y de las reglas de cálculo debe mantenerse durante un tiempo en un almacén (o memoria) de trabajo, mientras que, si la operación se hace con apoyo gráfico, el soporte de papel puede desempeñar las funciones de esta memoria de trabajo que ha de actuar en operaciones mentales." (Dobato, *et al.*, 2000).

A continuación, Dobato, *et al.* (2000), exponen que "la memoria de largo plazo intervendría en las funciones de cálculo de dos formas distintas: por un lado aportando información acerca de las reglas generales de cálculo de una operación concreta, y por otro, recordando los resultados de operaciones elementales (tablas aritméticas), que generalmente se han aprendido en la infancia".

McCloskey, *et al.* en Dobato, *et al.* (2000) agrupan las funciones cognitivas referidas en dos sistemas:

- Sistema de procesamiento numérico que estaría encargado de la comprensión y producción de números gráficos y verbales junto con las reglas de valoración de cantidades y de dígitos, en función de su situación en una cifra de varios números, según el sistema arábigo decimal usado en nuestra cultura.
- Sistema de cálculo encargado de la comprensión y recuerdo de símbolos y principios de las operaciones matemáticas; recuerdo de hechos matemáticos (por ejemplo el resultado de tablas aritméticas) y la ejecución de los procesos matemáticos (por ejemplo llevarse cantidades a la siguiente columna, alineación correcta de las cantidades parciales en las multiplicaciones "por más de un dígito" o de los restos en las divisiones).

Mientras tanto, Salguero-Alcañiz, *et al.* (2003) apuntan que el modelo de procesamiento de los números y cálculo propuesto por McCloskey, *et al.*, postula que el sistema de cálculo se compondría de tres elementos específicos e independientes:

- El procesamiento de los signos aritméticos.
- El conocimiento de los datos aritméticos.
- Los procedimientos de cálculo.

Los resultados de la investigación de Salguero-Alcañiz, *et al.* (2003) les permitieron establecer las siguientes conclusiones:

- Las habilidades del cálculo son independientes de las de recodificación numérica, así como del denominado conocimiento numérico léxico o enciclopédico, ya que el cálculo puede alterarse, mientras que las otras habilidades permanecen intactas.
- El reconocimiento de los signos aritméticos es independiente y, por tanto, se disocia de la recuperación de datos y de la ejecución de los procedimientos de cálculo.
- Los procesos de recuperación de datos y los de ejecución de los procedimientos de cálculo son independientes.

Entonces, en lo referente a la distinción entre el conocimiento de las operaciones aritméticas (los procedimientos de ejecución del cálculo) y el conocimiento de los datos aritméticos (la recuperación de datos), la evidencia empírica pone de manifiesto (Salguero-Alcañiz, *et al.*, 2003) que son habilidades que funcionan de forma autónoma, debido a que pueden dañarse independientemente.

Durand, *et al.* (2005) y Adam y Hitch, (1997) han sugerido que la memoria de trabajo es importante para sostener y manipular información durante el funcionamiento de la aritmética mental en niños. Durand, *et al.* (2005) señalan, además, que “existen estudios consistentes con la idea de que el déficit de la memoria asociado a dificultades aritméticas puede ser secundario (puede depender de problemas en el conteo y no de cualquier debilidad generada en el mecanismo fonológico de almacenaje)”.

Durand, *et al.* (2005) apuntan que “un predictor significativo de la habilidad aritmética es la ‘comparación de dígitos’ (experimento en el que se le pide a los niños que definan cual dígito representa un número más grande en el menor tiempo posible, siendo el tiempo el indicador de la prueba).” En esa dirección, Butterworth, *et al.* (2001) citados por Durand, *et al.* (2005) proponen que una etapa crítica en la resolución de un problema de suma es el momento en que se hace un juicio con respecto a cual de los sumandos es más grande. Ello, en función de los procedimientos de conteo empleados por los infantes.

Al comenzar a resolver problemas simples de aritmética (por ejemplo $5+3$) los niños típicamente confían en sus conocimientos del conteo y procedimientos asociados. Esos procedimientos incluyen, algunas veces, la ejecución con ayuda de los dedos y algunas veces sin él, empleando el conteo verbal (Houde y Mazoyer, 2003).

Estos autores comprobaron que los datos obtenidos se ajustaban al algoritmo simple de la suma, que consiste en adoptar cualquiera de las siguientes dos conductas:

- Tomar el valor sumando mayor e ir añadiendo hacia arriba el número de veces que indica el sumando menor; por ejemplo, $4 + 2 = 6$, el niño cuenta 4, 5, 6.
- Contar a partir de 1, comenzando con el primer sumando, así $1+5$ es 6 porque el niño cuenta 1, 2, 3, 4, 5, 6.

De esa manera, se estableció la existencia de diferentes procedimientos empleados en el conteo: mínimo (o contar-en) y suma (o contar-todo) y, bastante menos utilizado, el máximo (Fuson, 1982; Groen y Parkman, 1972) citados por Adam y Hitch (1997):

- El procedimiento mínimo implica indicar el sumando (máximo) más grande y después el contar de un número de veces iguales al valor del sumando (mínimo) más pequeño, tal como cuenta de 5, 6, 7, 8 para solucionar $5 + 3$.
- El procedimiento de la suma implica el contar ambos sumandos a partir de 1.
- El procedimiento máximo implica que los niños indican el valor del sumando más pequeño y después cuentan el sumando más grande.

El uso de procedimientos también parece dar lugar al desarrollo de las representaciones de la memoria de los hechos básicos, que, alternadamente, apoyan el uso de procesos "*problem-solving*" almacenados en la memoria. Con la recuperación directa, los niños rescatan un hecho aritmético de la memoria a largo plazo (Adam y Hitch, 1997).

Por ejemplo, la descomposición implica la reconstrucción de la respuesta basada en recordar una suma parcial. De esta manera, la suma $6 + 7$ puede ser resuelta rescatando, de la memoria, la respuesta de $6 + 6$ (es decir, 12) y después agregando 1 a esta suma parcial.

Por otro lado, con la estrategia del conteo con los dedos, los niños elevan un número de dedos que corresponden a los sumandos y después indican una respuesta sin el conteo de sus dedos. Los dedos levantados parecen incitar la recuperación de la respuesta. (Adam y Hitch, 1997)

El uso de procesos de recuperación es modulado por un criterio de confianza, que representa un estándar interno, contra el cual el niño calibra la confianza en la corrección de la respuesta recuperada. "Los niños con un estado riguroso del criterio contestan solamente a lo que están seguros de estar correctos, mientras que el resto de los niños indican cualquier respuesta recordada, correcta o no" (Adam y Hitch, 1997).

Finalmente, los resultados, reportados por Adam y Hitch (1997), también indicaron que las estrategias de conteo que se desarrollan antes de la escolaridad juegan un papel importante en la determinación de los procedimientos utilizados en la escuela, y que los métodos que los niños emplean no son, necesariamente, los mismos que se les enseñan a través de la instrucción escolarizada. Ello implica que la mediación cultural incide en el aprendizaje de los sistemas de conteo desde muy temprano en el desarrollo ontogenético del individuo.

Conclusión

Los estudios sobre el innatismo en habilidades protonuméricas son congruentes con los estudios de etnomatemática, que reportan sistemas de conteo en todas las culturas conocidas, y con el hecho de que el

cerebro humano tenga una especie de mapa funcional todavía no comprendido totalmente. Asimismo, la tesis innatista de la numerosidad, justifica los estudios en bebés pre verbales y primates no humanos y otros animales para que, a partir de esos estudios, se profundice en la comprensión de la forma en que nuestra especie aprende.

Se reconoce que la forma de aprender ha estado mediada por la selección natural y tiene una evolución ontogenética. Esto significa, entre otras cosas, que los temas vinculados a las habilidades cognitivas primarias son placenteros y rápidamente los asimilamos mediante sistemas de aprendizaje sustentadas en actividades lúdicas, y otros, los culturales, requieren mediación educativa complementaria.

Finalmente, se puede afirmar que la competencia aritmética en particular, y la matemática en general, tienen además de los componentes vinculados a aspectos procedimentales, conceptuales y simbólicos; aspectos sociales, culturales y emocionales.

Bibliografía

- ADAM, John, y HITCH, Graham (1997): "Working Memory and Children's Mental Addition. Working Memory and Arithmetic", en *Journal of experimental child psychology*, 67, pp. 21-38.
- ALONSO, Diego, y FUENTES, Luis (2001): "Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático", en *Revista de Neurología*, 33 (6).
- ALVARADO, Magdalena (2001): "Aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas", en *Paradigma*, n.º 11. Honduras, UPNFM.
- ÁNGELA, Piero, y ÁNGELA, Alberto (1999): *La extraordinaria historia de la vida*. Barcelona. Traducción de José María de Juana y José Ramón. Montreal, España, Grijalbo.
- BERMEJO, Vicente (1990): *El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas*. España, Paidós.
- BISHOP, Alan (1997a): "Educating the Mathematical Enculturators" (paper presented at ICMChina Regional Conference, Shanghai, China, August 1994). *Papua New Guinea Journal of Teacher Education*, 4 (2), 17-20. Disponible en <<http://www.ethnomath.org/resources/bishop1994.pdf>> [Consulta 2 de Noviembre de 2005].
- (1997b, August): *The Relationship Between Mathematics Education and Culture*. Opening address delivered at the Iranian Mathematics Education Conference in Kermanshah, Iran. Disponible en <<http://www.ethnomath.org/resources/bishop1997a.pdf>> [Consulta 2 de Noviembre de 2005].
- (1999): *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós, Barcelona.
- BOYSEN, Sara, y HALLBERT Karen (2000): "Primate Numerical Competence: Contributions Toward Understanding Nonhuman Cognition", en *Cognitive Science*, vol. 24 (3), pp. 423-443. EEUU, Cognitive Science Society, Inc.
- CATSIGERAS, Eleonora (2004): "Las teorías psicológicas del aprendizaje en la enseñanza del cálculo". Disponible en <<http://www.fing.edu.uy/~eleonora/dvi/AprendizajeCalculo1.doc>> [Consulta 1 de noviembre de 2005].
- CHAMORRO, María del Carmen (2003): *Didáctica de las matemáticas*. España, Prentice Day.
- DEHAENE, Stanislas (1997): "What Are Numbers, Really? A Cerebral Basis For Number Sense". Disponible en <http://www.edge.org/3rd_culture/dehaene/index.html> [Consulta 15 de Octubre de 2005].
- DOBATO, José; HERNANDEZ-LAÍN, Aurelio, y CAMINERO, Ana Belén (2000): "Acalculia. Bases neurológicas, evaluación y trastornos", en *Revista de Neurología*, n.º 30.
- DURAND, Marianne; HULME, Charles, y LARKIN, Rebecca (2004): "The Cognitive Foundations of Reading and Arithmetic Skills in -7 to 10- Years Olds", en *Journal Experimental Child Psychology*, n.º 91, pp 113-136.
- DUTTON, Denis (2003): "Aesthetics and Evolutionary Psychology", en *The Oxford Handbook for Aesthetics*, edited by Jerrold Levinson. New York, Oxford University Press. Disponible en <http://www.denisdutton.com/aesthetics_&_evolutionary_psychology.htm> [Consulta 1 de Diciembre de 2005].

- GARCÍA, Joaquín, y GARCÍA, Ángel (2001): *Teoría de la educación II*. Salamanca, España, Universidad Salamanca.
- GEARY, David (1995): "Reflections of Evolution and Culture in Children's Cognition. Implications for Mathematical Development and instruction", en *American Psychologist*, vol. 50, n.º 1, pp. 24-37.
- GEARY, David; HAMSON, Carmen, y HOARD, Mary (2000): "Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability", en *Journal of Experimental Child Psychology*, n.º 77, pp. 236-263.
- GELMAN, Rochel, y GALLISTEL, Charles (2000): "Non-Verbal Numerical Cognition: From Reals to Integers", en *Trends in Cognitive Science*, vol. 4 (2).
- (2004): "Language and the Origin of Numerical", en *Concepts. Science*, vol. 306 (5695), pp. 441-443. EEUU, Science.
- HIRSCH, E.D. jr. (1998): "Los colegios que necesitamos y por qué no los tenemos", en *Estudios Públicos*, n.º 70.
- HOUDE, Oliver, y TZOURIO-MAZOYER, Nathalie (2003): "Neural Foundations of Logical and Mathematical Cognition", en *Nature Reviews/Neuroscience*, vol. 4.
- KARMILOFF-SMITH, Annette (1994): *Más allá de la modularidad*. Madrid, España, Alianza Editorial.
- LEE, Kyoung-Min, y KANG, So-Young (2002): "Arithmetic Operation and Working Memory: Differential Suppression in Dual Task", en *Cognition*, 83, pp. B63-B68, Elsevier.
- MAIER, Richard (2001): *Comportamiento animal. Un enfoque evolutivo y ecológico*. México, McGrawHill.
- MARMASSE, Natalia; BLETSAS, Aggelos, y MARTI, Stefan (2000): *Numerical Mechanisms and Children's Concept of Numbers*. The Media Laboratory Massachusetts Institute of Technology 20 Ames Street, Cambridge, MA USA 02139, Version 6.
- McLAUGHLIN, Charles (2005): "Count on it (Mathematical Education)", en *Technology and Children* 10.1. Costa Rica, Inpro Trac OneFile.
- MATSUZAWA, Tetsuro (1985): "Use of Numbers by a Chimpanzee", en *Nature*, vol. 312. EEUU, Nature Publishing Group.
- MOUCK, Tom (Dec 2004): "Ancient Mesopotamian Accounting and Human Cognitive Evolution", en *Accounting Historians Journal*. Disponible en <http://findarticles.com/p/articles/mi_qa3657/is_200412/ai_n9466073> [Consulta 1 de Noviembre de 2005].
- NIEDER, Andreas, y Miller, Earl (2004): A Parieto-Frontal Network for Visual Numerical Information in the Monkey. *PNAS* vol. 101 (19), pp. 7457-7462.
- PADRÓN, Víctor (2002): Reseña del libro *El sentido numérico: cómo la mente crea las matemáticas*, de Stanislas Dehaene, en *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, vol. IX, n.º 1.
- SALGUERO ALCAÑIZ, María del Pilar; LORCA-MARÍN, José Andrés, y ALAMEDA-BAILÉN, José Ramón (2004): "Independencia funcional del conocimiento numérico léxico y la representación de la magnitud: evidencia de un caso", en *Revista Neurología*, n.º 39, pp. 1038-42.
- SAVAGE, Jay (1987) *Evolución*. México, Continental.
- WYNN, Karen (1998): "Psychological Foundation of Number: Numerical Competence in Human Infants", en *Trends in Cognitive Science*, vol 2 (8). EEUU, Elsevier Science.
- WYNN, Karen; BLOOM Paul, y CHIANG, Wen-Chi (2002): "Enumeration of Collective Entities by 5-Month-Old Infants", en *Cognition*, 83, B55-B62. EEUU, Elsevier.