

## El desarrollo de la competencia matemática en el aula de ciencias experimentales

### *The development of mathematical competence in experimental science classroom*

**Francisco Javier Íñiguez Porras**

*Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y la Matemática, Facultad de Formación del Profesorado, Universidad de Barcelona, España*

#### **Resumen**

En este artículo se proponen estrategias para el desarrollo de la competencia matemática en las clases de ciencias. En primer lugar, se analiza qué es la competencia matemática y se estudian las habilidades que deben desarrollarse en un plan de estudios basado en competencias, a diferencia del modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas. Posteriormente se muestran algunos ejemplos de actividades que demuestran la posibilidad de desarrollar la competencia matemática en el aula de ciencias.

**Palabras clave:** Competencias | Destrezas | Ciencias Experimentales | Enseñanza, Secundaria.

#### **Abstract**

*This article presents some strategies to develop mathematical competences in science classes. First, we analyze the characteristics of the mathematical competence and we study which skills should be developed in a competency-based curriculum and how it differs from a traditional model of teaching mathematics. Finally, we show some examples of activities that demonstrate the possibility of developing mathematical competence at the science classroom.*

**Keywords:** Competences | Skills | Science | Teaching | Secondary School.

## 1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza por competencias supone una oportunidad para ayudar a superar algunas de las dificultades del modelo tradicional de enseñanza basado en el aprendizaje memorístico de conocimientos y en el que no suele promoverse la aplicación a situaciones de la vida real. El concepto de competencias básicas se utiliza como soporte para intentar resolver el interrogante de qué aprendizajes básicos necesita una persona para desenvolverse activamente en la sociedad (Moya y Luengo, 2011). Dichos aprendizajes incluyen conocimientos conceptuales y procedimentales, ya que sin el adecuado dominio de dichos conocimientos es difícil ser competentes, resultando imprescindible unas adecuadas habilidades y actitudes (Zabala y Arnau, 2007). Aunque en los últimos años se están llevando a cabo esfuerzos para favorecer el desarrollo de las competencias básicas en los diferentes niveles educativos, a nuestro juicio, no se potencian suficientemente las conexiones existentes entre las competencias del ámbito científico-matemático. En este artículo se analiza el significado de competencia matemática y se proponen estrategias para potenciar su desarrollo en el aula de ciencias.

118

## 2. ¿QUÉ ENTENDEMOS POR COMPETENCIA MATEMÁTICA?

Aunque el conocimiento matemático y los procesos son prerequisites necesarios para alcanzar la competencia matemática, no son suficientes (Niss, 2003). Por ello, Niss define competencia matemática como “habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos” (p. 218) y propone ocho competencias matemáticas clasificadas en dos grupos y sobre las cuales queremos hacer algunas reflexiones (tabla 1).

TABLA 1

### Competencias matemáticas (según Niss, 2003)

Competencias involucradas en preguntar y responder sobre las matemáticas y a través de las matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"><li>-Pensar matemáticamente.</li><li>-Plantear y resolver problemas matemáticos.</li><li>-Saber construir modelos matemáticamente.</li><li>-Razonar matemáticamente.</li></ul>
Comprensión de entidades matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"><li>-Representación de entidades matemáticas.</li><li>-Manejo de símbolos matemáticos y formalismos.</li><li>-Comunicación en, con y acerca de las matemáticas.</li><li>-Uso de recursos y herramientas.</li></ul>

*Pensar matemáticamente* implica poder aplicar en nuestra vida diaria el pensamiento cuantitativo y lógico, es decir, conocer las preguntas propias de las matemáticas y conocer los tipos de respuesta que las matemáticas pueden ofrecer. Un ejemplo concreto de esta capacidad sería cómo pensar matemáticamente sobre estadística (como los datos aparecidos en medios de comunicación, tales como balances económicos o resultados electorales).

*El planteamiento y la resolución de problemas* implican identificar, plantear y especificar diferentes tipos de problemas matemáticos. Con frecuencia, los problemas matemáticos que se proponen en los libros de texto no exigen que el alumnado formule ningún tipo de representación previa para resolverlos, pudiendo ser resueltos de forma automática a partir de la detección de palabras clave en el texto y aplicando estrategias de cálculo conocidas (Jiménez, 2012). Por otra parte, proponer problemas lo más cercanos a la vida real facilita el desarrollo de la competencia matemática, ya que, en definitiva, resolver problemas es una actividad presente en nuestra vida diaria.

*Saber construir modelos matemáticamente* es una competencia matemática que se refiere a la capacidad de ir del mundo real al modelo y del modelo al mundo real, obteniendo e interpretando los resultados. Esto conlleva el análisis de los modelos ya existentes y realizar actividades de modelización en un contexto determinado (Pollack, 1997).

*Razonar matemáticamente* va unido a la necesidad de construir adecuadamente los conceptos, siendo conscientes de que las demostraciones no sólo son propias de las matemáticas sino que son propias de muchos aspectos de la vida. Se trata de ser riguroso en los argumentos y no admitir informaciones o declaraciones que no estén avaladas por las correspondientes demostraciones, además de descubrir las ideas básicas en una línea argumental y concebir formal e informalmente argumentos matemáticos y transformar argumentos heurísticos en demostraciones válidas.

*Representación de entidades matemáticas* implica la capacidad de comprender y utilizar diferentes clases de representación de objetos matemáticos, como la comprensión de tablas, gráficas, mapas de situaciones o incluso un horario de trenes.

El *manejo de símbolos matemáticos y formalismos* forma parte del lenguaje actual, no únicamente matemático, sino a todos los niveles, como el utilizado,

por ejemplo, en los teléfonos móviles. Sin embargo, el uso adecuado de la simbología no debe suponer dificultades para la resolución de un determinado problema. Se deriva la capacidad de traducir lenguaje natural al lenguaje formal y simbólico y poder manipular expresiones que contengan símbolos y fórmulas.

*Comunicación en, con y acerca de las matemáticas* se asocia a la capacidad de comprender mensajes orales, escritos o visuales que contengan contenido matemático y expresar las cuestiones planteadas oralmente, visualmente o por escrito, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica. Esta capacidad está estrechamente relacionada con la adquisición de un nivel suficiente de competencia comunicativa, ya que disponer de una buena capacidad de comunicar en temas cuantitativos formaría parte de la alfabetización matemática.

El *uso de recursos y herramientas* implica el correcto uso de materiales, aplicaciones informáticas y aparatos tecnológicos útiles para la actividad matemática.

### 3. LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y EL PROGRAMA PISA

120

La evaluación de las competencias matemáticas descritas anteriormente tienen su concreción en el programa PISA (*Programme for International Student Assessment*) que promueve la Organización para la Cooperación y el Desarrollo (OCDE). Desde el año 2000 se llevan a cabo pruebas que miden la competencia matemática, lingüística y científica de estudiantes de 15 años de los países de la OCDE y sus asociados. El estudio PISA no está vinculado a ningún currículum de programa específico, pero sí se enmarca en una estructura curricular precisa y coherente y, en el caso de las matemáticas, da respuesta a las preguntas: 1) ¿Por qué enseñar matemáticas? 2) ¿Qué matemáticas enseñar? 3) ¿Cómo enseñar matemáticas? (Rico, 2006).

La OCDE ha definido la competencia matemática como la “aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OCDE-INECSE, 2004). A partir de la definición anterior pueden establecerse los tres ejes alrededor de los cuales el proyecto PISA propone evaluación de la competencia matemática (OCDE, 2006):

- *Los conocimientos propiamente matemáticos*, especialmente referidos a cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones y probabilidad.

- *Los procesos*, es decir, el uso que se hace de los contenidos matemáticos para la resolución de problemas y que corresponden a tres grados de complejidad, ya que es posible asociar una misma tarea con diferentes procesos cognitivos y los alumnos pueden resolverla de diferentes maneras (Sáenz, 2009). Dichos grados son:
  - *De reproducción*: Se trabaja con operaciones comunes, cálculos simples y problemas propios del entorno inmediato y la rutina cotidiana.
  - *De conexión*: Involucran ideas y procedimientos matemáticos para la solución de problemas que ya no pueden definirse como ordinarios pero que aún incluyen escenarios familiares; además involucran la elaboración de modelos para la solución de problemas.
  - *De reflexión*: Implican la solución de problemas complejos y el desarrollo de una aproximación matemática original. Para ello los estudiantes deben matematizar o conceptualizar las situaciones.
- *La presentación de situaciones de contexto próximas al alumnado*. Los problemas que se plantean están siempre relacionados con una situación determinada o un contexto concreto.

De la formulación de estos tres ejes se desprende que, además de la necesidad de poseer determinados conocimientos conceptuales, lo que verdaderamente caracteriza una evaluación que permita el desarrollo de la competencia matemática es que estos conocimientos han de ser aplicados a situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana del alumno y no sólo en conocer qué contenidos del currículum han sido aprendidos (Rico, 2006).

Una gran parte del conocimiento matemático que aprenden los estudiantes de enseñanza obligatoria no es utilizado por ellos en ningún contexto. La diferencia entre un currículum basado en la transmisión del conocimiento matemático y otro que intenta el desarrollo de competencias, que parte de la presentación de situaciones lo más próximas posible a los estudiantes, está en la perspectiva del uso social de dicho conocimiento (Goñi, 2008). Y sin embargo, como el mismo autor afirma: “Si algo ha puesto de manifiesto el programa PISA, es la escasa relación entre el conocimiento matemático que se imparte en el medio escolar y las competencias matemáticas que este proyecto evalúa” (p. 82). Por tanto, proporcionar a los estudiantes en las clases de matemáticas contextos cercanos siguiendo el formato de actividad que PISA propone, puede contribuir a desarrollar la competencia matemática en el alumnado (McCrone et al., 2003).

Las cuestiones planteadas en las pruebas PISA permiten determinar el grado de adquisición de conocimientos matemáticos (contextuales, conceptuales y pro-

cedimentales) y cómo pueden ser aplicados para resolver situaciones problema de cualquier tipo (personal, científico, público, etc.). En este sentido, el tipo de enseñanza de las matemáticas recibido por el alumnado es una variable asociada con el grado de competencia adquirido (Sáenz, 2009). Es muy probable que la distancia entre la forma de enseñar matemáticas y los formatos de las pruebas PISA, aparezca como una de las causas por las que los resultados obtenidos sean manifiestamente mejorables en la mayoría de países.

La utilización del libro de texto suele ser la metodología habitual en la enseñanza de las matemáticas de los docentes y no se potencian actividades basadas en situaciones cotidianas, en la matematización del entorno o bien recursos de tipo lúdico, entendiendo el juego como la resolución de situaciones problemáticas (Alsina, 2010). Ruiz (2008) considera que la enseñanza de las matemáticas se ve afectada por tres factores: a) poca vinculación a la realidad, b) poca utilización del contenido matemático en otras materias de estudio y c) la relación del contenido matemático con situaciones ajenas al estudiante. En definitiva, no basta con adquirir conocimientos matemáticos en el aula, sino que es necesario saber aplicarlos en situaciones reales (Alsina, 2009). No obstante, Rittle-Johnson y Koedinger (2005) afirman que no hay acuerdo en la comunidad científica respecto a si la presentación de problemas matemáticos en un contexto los hace más fáciles o más difíciles de resolver. Las dificultades lingüísticas parecen ser uno de los factores que pueden explicar los resultados no satisfactorios en la resolución de algunas tareas matemáticas (Movshovitz-Hadar, Zaslavsky y Inbar, 1987; Radatz, 1980). Dichas dificultades lingüísticas también podrían afectar algunas competencias evaluadas en PISA, como son la capacidad de argumentar y comunicar (Sáenz, 2009). En este sentido, resultan interesantes las propuestas de relacionar matemáticas y competencia lingüística centradas en actividades que relacionen estrechamente ambos campos de conocimiento como, por ejemplo: matematizar textos de literatura, prensa o cómic, introducir temas o actividades matemáticas a partir de textos novelados, inventar problemas o relatos que respondan a algún elemento matemático y, en definitiva, actividades que fomenten la comprensión lectora, la argumentación y la capacidad de comunicar de manera oral y escrita los resultados y conclusiones obtenidos (de la Fuente, 2011; García Jiménez 2012) .

Podemos afirmar que el desarrollo de la competencia matemática vendrá determinado por los contenidos que se aprenden y de qué manera se aprenden. En relación a cómo se aprenden las matemáticas queremos insistir en el papel del profesorado en el desarrollo de la competencia matemática en el alumna-

do y la influencia de la acción docente en los resultados obtenidos en PISA. Gómez-Chacón (2006) afirma que es razonable asumir que hay algún tipo de relación entre el rendimiento matemático de los alumnos y la formación del profesorado. En relación a esto último, es destacable el estudio que llevó a cabo Sáenz (2007) analizando las características de las diferentes pruebas propuestas por PISA y clasificando cada ejercicio con el tipo de conocimiento implicado (contextual, conceptual y procedimental). Al comparar los resultados de las pruebas PISA obtenidos por los estudiantes de 15 años con el nivel de conocimiento de las mismas pruebas de maestros en formación, obtuvo que, en la mayoría de ítems de las pruebas, los resultados de los estudiantes de magisterio no superaban significativamente el porcentaje de aciertos de los alumnos de 15 años. Además, sólo el 11% de los futuros maestros alcanza un nivel de competencia matemática alta. A partir de los resultados obtenidos en su estudio, Sáenz ha establecido que las principales dificultades que encontraron los futuros maestros a la hora de resolver las pruebas planteadas fueron:

- La comprensión de los conceptos matemáticos implicados en los problemas.
- La manipulación de expresiones que contienen fórmulas.
- La comprensión de la información contenida en gráficas.
- La argumentación y comunicación.

123

Estos resultados nos deben conducir inexorablemente a reflexionar sobre la necesidad de diseñar estrategias educativas que permitan desarrollar la competencia matemática en la educación primaria y secundaria, teniendo muy presente que el desarrollo de la competencia matemática debe evitar asignar al alumno un rol pasivo y potenciar un papel activo de elaboración de significados, proponiendo situaciones didácticas que generen un ambiente creativo en el aula (Cardoso y Cerecedo, 2008).

#### 4. PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL AULA DE CIENCIAS

La competencia matemática no debe ser desarrollada únicamente en las aulas bajo la estrecha etiqueta de "clase de matemáticas" (Niss, 2003), ya que existen diferentes contextos en los que es posible aplicar la competencia matemática, desde las clases de lenguas hasta las de ciencias sociales o dibujo y, por supuesto, las de ciencias experimentales.

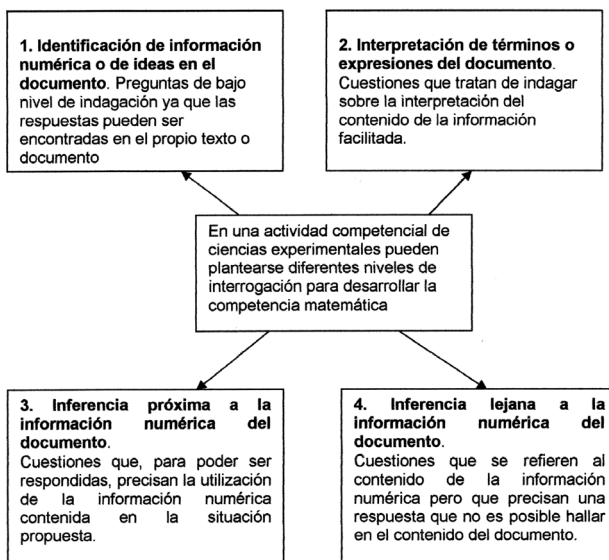
Han sido publicadas algunas propuestas didácticas que orientan sobre cómo trabajar en clase de ciencias con contenidos científicos que contribuyen claramente al desarrollo de capacidades propias de la competencia matemática. Queremos destacar la de Pro (2012), que defiende la necesidad de desarrollar las competencias matemáticas en las clases de ciencias y ha propuesto diferentes tipos de cuestiones que se pueden plantear al alumnado para trabajar las competencias matemáticas, a partir de una situación de contexto relacionada con la ciencia (ver figura 1).

Nuestra propuesta didáctica se concreta en favorecer el desarrollo de la competencia matemática en las clases de ciencias a través de tres tipos de acciones frecuentemente utilizadas en este ámbito curricular: las representaciones gráficas, las medidas y la realización de cálculos. En multitud de contextos cotidianos los estudiantes pueden enfrentarse a situaciones en las que aparezcan algunos de estos tres elementos. Proponemos que el profesorado de ciencias experimentales contemple el desarrollo de la competencia científica en asociación al desarrollo de la competencia matemática, diseñando estrategias y actividades de enseñanza-aprendizaje en las que se potencien capacidades matemáticas.

124

FIGURA 1

**Tipología de cuestiones que permiten trabajar la competencia matemática en el aula de ciencias (a partir de Pro, 2012)**





#### 4.1 REPRESENTACIONES GRÁFICAS

El uso de los gráficos está cada vez más presente en nuestra vida diaria, desde los medios de comunicación, hasta las facturas de consumo de gas, electricidad o teléfono. Por tanto, un buen conocimiento de las representaciones gráficas constituye un elemento imprescindible en la alfabetización matemática. En realidad, las gráficas son la forma más importante que tienen los científicos para dar a conocer los datos, ya que muestran claramente la relación entre las variables medidas y están bien presentes en los materiales didácticos de ciencias experimentales. Existe un amplio consenso en la necesidad de que los estudiantes participen en actividades que les permitan incrementar su competencia en la interpretación y construcción de gráficas (Bowen, Roth y McGinn, 1999). No obstante, se han evidenciado algunos errores en la elaboración de gráficas (Leinhardt, Zaslavsky y Stein, 1990; Reuter, Barquero y Schnotz, 2000; Potgieter, Harding y Engelbrecht, 2008, entre otros). De hecho, en el programa PISA, muchas de las tareas que se proponen requieren la capacidad para entender y procesar información proporcionada en forma de gráficas y los resultados obtenidos ponen en evidencia las dificultades que presenta el alumnado cuando se enfrenta a ellas (Sáenz, 2009). Consideramos que desde las clases de ciencias experimentales se puede contribuir a alcanzar un suficiente nivel de competencia matemática que permita ayudar a la comprensión en la interpretación y en la realización de gráficas.

125

Debido a la limitación de espacio, únicamente enumeramos algunas de las actividades que implican el uso de representaciones gráficas en nuestra propuesta didáctica, dirigida a la educación secundaria obligatoria.

##### 1. En ecología y medio ambiente:

- Construcción e interpretación de gráficas que evidencien el incremento de la concentración del CO<sub>2</sub> en la atmósfera a lo largo de los últimos años.
- Construcción de gráficas a partir de las facturas del consumo de agua o electricidad de la vivienda de los propios estudiantes. También se lleva a cabo una interpretación de la evolución del consumo en las últimas facturas recibidas. A partir de los gráficos obtenidos es posible comparar diferentes realidades dentro del aula y en relación a otras diferentes ciudades o países en función de la geografía o el nivel socioeconómico.
- Construcción de gráficos a partir de los datos obtenidos por el propio alumnado en la medición de diferentes variables implicadas en el estudio de un ecosistema in situ a lo largo de un tiempo (variables biológicas, químicas o físicas), siguiendo las propuestas de Roth y Bowen (1994).

2. En educación para la salud:

- Representación gráfica de los niveles de colesterol o glucosa en sangre partir del estudio de analíticas clínicas proporcionadas por el profesorado.
- Elaboración de la curva de crecimiento de peso y altura del alumnado a partir de la medición de dichas variables en la propia aula.
- Representación y análisis de la variación con el tiempo de la concentración en la sangre de medicamentos o drogas, a partir de datos facilitados por el profesorado.
- Representación de la composición nutricional de los alimentos a partir de las etiquetas de los productos.

## 4.2 MEDIDAS

En la enseñanza de las ciencias experimentales pueden plantearse multitud de situaciones en las que el alumno tenga que tomar medidas de diferentes objetos u organismos con diferentes instrumentos y los datos obtenidos por el estudiante pueden permitir la construcción de tablas y gráficos. Además de los contenidos procedimentales científicos implícitos, tales como la toma de mediciones con el instrumental adecuado, se activan capacidades matemáticas como el manejo del sistema métrico decimal. Entre las actividades que se integran en nuestra propuesta didáctica destacamos las siguientes:

126

1. Medición de volúmenes y masas.

- Elaboración de soluciones sencillas a partir del instrumental de medida adecuado. Partiendo de una probeta y una pequeña balanza, los estudiantes pueden determinar las cantidades de agua o sal común necesarias para preparar una solución de, por ejemplo, el 10%. En este sentido podemos destacar una propuesta didáctica que intenta superar las dificultades con las que los alumnos se encuentran para calcular las concentraciones correctas de las soluciones químicas que se les plantean en los ejercicios, relacionando estrechamente conocimiento matemático y conocimiento químico (Baker et al., 2012).
- Determinación de la densidad de un mineral. Esta actividad de geología permite el uso de instrumental de medida de volúmenes y también de masa. Además de determinar el volumen que desaloja el mineral al introducirlo en una probeta graduada, hay que pesar el objeto en una balanza y realizar los cálculos pertinentes.

2. Medición de longitudes y superficies.

- Determinación de los tamaños de hojas de diferentes especies vegetales, permitiendo una estimación de la superficie foliar. Además permite establecer

clasificación y gradación de las diferentes muestras proporcionadas por el profesorado.

- Una de las actividades más clásicas en el aula de biología es la germinación de semillas. Los datos obtenidos por los propios alumnos sobre la longitud del tallo, raíz y las primeras hojas a lo largo de los días pueden ser organizados en forma de tabla y posteriormente representados gráficamente para visualizar qué condiciones favorecen el crecimiento de dichos órganos.

### 4.3 CÁLCULOS

Es difícil encontrar un ámbito de la vida diaria en la que el alumno no deba realizar cálculos matemáticos. La aplicación de herramientas matemáticas de cálculo a situaciones contextualizadas en el ámbito científico puede ayudar a desarrollar las competencias matemáticas. Este tercer bloque es lo suficientemente amplio y permite que el profesorado pueda diseñar con relativa facilidad actividades de enseñanza-aprendizaje donde desarrollar de manera conjunta capacidades científicas y matemáticas. No obstante, enumeramos brevemente algunos ejemplos de nuestra propuesta didáctica.

- a) Cálculo de calorías de un menú. A partir de las etiquetas de diferentes alimentos empaquetados y con la ayuda de tablas de composición nutricional, pueden llevarse a cabo cálculos para determinar las calorías que contienen determinados alimentos o bien el porcentaje de nutrientes de cada uno de ellos. Otra actividad relacionada es la confección de un menú diario, nutricionalmente equilibrado, que proporcione un determinado número de quilocalorías.
- b) Determinación de las proporciones fenotípicas o genotípicas en los problemas de genética obteniendo el porcentaje de descendientes con un fenotipo o genotipo concreto.
- c) Cálculo de la cantidad de  $\text{CO}_2$  que emitimos debido a nuestras actividades diarias, como por ejemplo a través del coche familiar o mediante las facturas de consumo eléctrico.

## 5. CONCLUSIONES

La mayoría de los ciudadanos de nuestra sociedad se ven cada día más inmersos en multitud de tareas que incluyen conceptos cuantitativos, probabilísticos, estadísticos y la realización de tareas matemáticas. Sin embargo, la enseñanza tradicional de las matemáticas no suele tener en cuenta estas consideraciones. Es necesario potenciar estrategias didácticas que preparen al alumnado para

enfrentarse a situaciones con criterio suficiente para la toma de decisiones razonadas y proporcionen una suficiente alfabetización matemática.

El desarrollo de la competencia matemática es fundamental para formar ciudadanos con capacidad de crítica y que les permita entender las informaciones de índole matemática en su vida cotidiana. La competencia matemática cobra sentido cuando el estudiante se enfrenta a situaciones contextualizadas cercanas donde es necesario aplicar los elementos y razonamientos matemáticos. No cabe duda de que la competencia matemática tiene conexiones con todas las otras competencias básicas y puede ser desarrollada desde diferentes ámbitos curriculares, entre ellos las clases de ciencias, tal y como hemos mostrado con los ejemplos presentados.

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALSINA, A. (2009). *El desarrollo de la competencia matemática*. En Planas, N. y Alsina, A. (coords.). Educación matemática y buenas prácticas, 95-103. Barcelona: Graó.
- ALSINA, C. (2010). *Matemáticas para la ciudadanía*. En Callejo, M.L y Goñi, J.M. (coords.) Educación matemática y ciudadanía, 89-102. Barcelona: Graó.
- BAKER, A., GROENVELD, D., WIJERS, M., AKKERMAN, S. y GRAVEMEIJER, K. (2012). Proportional reasoning in the laboratory: an intervention study in vocational education. *Educational Studies in Mathematics* DOI10.1007/s10649-012-9393-y.
- BOWEN, G.M., ROTH, W.M., y MCGINN, M. (1999). Interpretations of Graphs by University Biology Students and Practicing Scientists: Toward a Social Practice View of Scientific Representation Practices. *Journal of Research in Science Teaching*, 36(9), 1020-1043.
- CARDOSO, E.O., y CERECEDO, M.T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47(5), 1-11. <http://www.rieoei.org/deloslectores/2652EspinosaV2.pdf>
- DE LA FUENTE, C. (2011). Literatura y matemáticas: sé lo que estás pensando. *Suma*, 67, 69-75.
- GARCÍA JIMÉNEZ, J.E. (2012). Educación matemática y competencia lingüística. *Aula de Innovación Educativa*, 209, 29-36.
- GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (2006). Matemáticas: El informe PISA en la práctica. Una acción formativa del profesorado. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 41, 40-51.
- GOÑI, J.M. (2008). El desarrollo de la competencia matemática. Barcelona: Graó.

- JIMÉNEZ, L. (2012). La aplicación del conocimiento contextualizado en la resolución de problemas matemáticos: un estudio sobre las dificultades de los niños en la resolución de problemas no rutinarios. *Cultura y Educación*, 24(3), 351-362.
- LEINHARDT, G., ZASLAVSKY, O., y STEIN, M.K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- MCCRONE, S., DOSSEY, J., TURNER, R. y LINDQUIST, M. (2003). Learning about Students' Mathematical Literacy from PISA 2003. *Mathematics Teacher*, 102(1), 34-45.
- MOVSHOVITZ-HADAR, N., ZASLAVSKY, O., y INBAR, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1), 3-14.
- MOYA, J., y LUENGO, F. (2011). *Las competencias básicas como poderes para la ciudadanía*. En (Moya, J. y Luengo, F. coords.) *Teoría y práctica de las competencias básicas*, 29-46. Barcelona: Graó.
- NISS, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematics Competencies. En *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, 215-220. [http://www.maa.org/ql/pgs215\\_220.pdf](http://www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf) [Consulta 30 mayo 2013].
- OCDE - INECSE (2004). Marcos Teóricos de PISA 2003. Madrid. <http://www.educacion.gob.es/dctm/ievaluacion/internacional/marcoteoricopisa2003.pdf?documentId=0901e72b801106cd> [Consulta 30 de mayo 2013].
- OCDE (2006). El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve. París: OCDE. <http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf> [Consulta 30 mayo 2013].
- POLLAK, H.O. (1997): *Solving Problems in the Real World*. En Steen, L.A. (ed.): *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*. Nueva York. The College Board, 91-105.
- POTGIETER, M., HARDING, A., y ENGELBRECHT, J. (2008). Transfer of algebraic and graphical thinking between mathematics and chemistry. *Journal of Research in Science Teaching*, 45 (2), 153-271.
- PRO, A. (2012). ¿Desarrollar competencias matemáticas en las clases de ciencias? *Alambique*, 70, 54-65.
- RADATZ, H. (1980). Students' error in the mathematical learning process: a survey. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 16-20.
- REUTER, S., BARQUERO, B., y SCHNOTZ, W. (2000). Habilidades en la comunicación visual de conocimientos mediante gráficos en adolescentes y adultos. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 71-88.
- RICO, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, extraordinario, 275-294.
- RITTLE-JOHNSON, B., y KOEDINGER, K.R. (2005). Designing knowledge scaffolds to support mathematical problem solving. *Cognition and Instruction*, 23(3), 313-349.

- ROTH, W., y BOWEN, G. (1994). Mathematization of experience in a grade 8 open-inquiry environment: An introduction to the representational practices of science. *Journal of Research in Science Teaching*, 31(3), 293-318.
- RUIZ SOCARRAS, J.M. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47(3), 1-8. <http://www.rieoei.org/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf>
- SÁENZ, C. (2007). La competencia matemática (en el sentido de PISA) de los futuros maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(3), 355-366.
- SÁENZ, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies Mathematics*, 71(2), 123-143.
- ZABALA, A. y ARNAU, L. (2007). *11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias*. Barcelona. Graó.