

## Experiencia en la incorporación de las TICs en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales aplicadas

### *Experience in the incorporation of ICT in teaching differential equations applied*

**José Arturo Molina Mora**

*Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica*

#### **Resumen**

El desarrollo de estrategias didácticas inspiradas en TICs (Tecnologías de la Información y Comunicación) ha sido un eje de motivación en el aprendizaje de las matemáticas logrando una integración de conceptos teóricos con prácticas, aplicaciones y problemas. Sin embargo, el diseño curricular y la implementación didáctica deben tener un sustento científico adecuado y contemplar los nuevos obstáculos en la enseñanza-aprendizaje. Se presenta la experiencia en la implementación de una propuesta que incorpora las TICs en un curso de ecuaciones diferenciales aplicadas durante 2 semestres consecutivos. La implementación se da a nivel de actividades para complementar las lecciones teóricas y a nivel de laboratorios con el uso de software de cálculo simbólico y numérico. Al realizar la evaluación de satisfacción de los estudiantes se obtiene un alto grado de satisfacción con el desarrollo de las lecciones con uso de las TICs.

**Palabras clave:** TICs | ecuaciones-diferenciales | didáctica de la matemática.

#### **Abstract**

*The development of teaching strategies inspired by ICTs (Information and Communication Technologies) have been a mainstay of motivation in learning mathematics achieving integration of theoretical concepts with practical applications and problems. However, the curriculum and teaching implementation must have adequate scientific support and admire the new obstacles in teaching and learning.*

*We present the experience in implementing a proposal incorporating ICTs in a course of applied differential equations, for 2 consecutive semesters. The implementation was at the level of activities to complement the theoretical lessons and laboratory level, using software with symbolic and numeric computation. When evaluating satisfaction of students a high degree of satisfaction with the development of lessons with ICT use is obtained.*

**Keywords:** ICTs | differential equations | mathematics teaching.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las nuevas propuestas en la enseñanza de la matemática han de buscar una integración de los intereses de los estudiantes con las estrategias didácticas, donde se brinde espacio para el descubrimiento de propiedades y características de los objetos de estudio a partir del análisis de diversas situaciones del entorno. En este sentido, el desarrollo de estrategias basadas en TICs (Tecnologías de la Información y Comunicación) puede cubrir parte de esa necesidad, así como favorecer el tiempo para lograr el aprendizaje y con actitudes más positivas, convirtiéndose en un eje de motivación en el aprendizaje de las matemáticas (Cerdeira, 2002), además de fortalecer el desarrollo de competencias, conocimientos y valores fundamentales en el proceso enseñanza-aprendizaje (Gatica y Ares, 2012).

80

Integralmente, las TICs en educación se refiere al conjunto de todos los medios desarrollados en torno al surgimiento de la ciencias de la informática y que permiten la comunicación e interacción con fines educativos, ya sea tanto de manera sincrónica o asincrónica como de forma individual o colectiva (Herrera, 2004) y cuyo uso logra informar, controlar, dirigir y evaluar la actividad del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, de modo que éste pueda alcanzar los objetivos previstos (Fernández, 2000). Sin embargo, pese a que las TIC están presentes en todos los sistemas que componen los diferentes ámbitos de la sociedad, en el área de la educación su inclusión ha sido un poco más lenta (Castillo, 2008).

## 2. TICs COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA

Las TICs en el aula de matemática busca que se propicien el aprendizaje y la comprensión, para que se los estudiantes realicen una búsqueda de aquellas situaciones de su interés donde tiene sentido el uso del conocimiento matemático y con ello se dé la construcción de conocimiento (Castillo, 2008). Esto permite que se dé una integración de conceptos teóricos con prácticas, aplicaciones y problemas, el cual se puede beneficiar con el uso de software específico. Algunas de las ventajas del aprendizaje con la incorporación de las TICs incluye desarrollar el arte de la experimentación, estimular habilidades analíticas, la comprensión del aprendizaje conceptual por asociación y el trabajo en colaboración (Ré et al., 2012).

Así, con los grandes avances del software matemático en la últimas 2 décadas, en el aula universitaria cada vez se popularizado el uso de paquetes computacionales y que ya han implicado cambios significativos en la didáctica. Actualmente se disponen de muchos recursos de software que permiten la integración de diversos fundamentos teóricos en los cursos de matemática con problemas reales del entorno, lo que favorece la comprensión y resaltar la aplicabilidad de los conceptos matemáticos a las diversas áreas académicas (Angel y Bautista, 2001).

La introducción de las TICs en el aula también corresponde a una estrategia para adaptar el sistema al esquema mental de aprendizaje de los estudiantes, incluyendo los de la generación Z, formada por individuos nacidos a partir de 1995, y que usan las TICs como pieza fundamental para la vida en sus diversos ámbitos. Así, se podría lograr que el proceso de aprendizaje se vuelva más atractivo para los estudiantes. Cómo exponen Chavarría (2014), muchos de los problemas en el aprendizaje de la matemática puede ser ocasionada por la actitud afectiva y emocional hacia la matemática, donde no es claro el posible uso de lo aprendido para aplicarlo a sus contextos socioculturales o incluso a sus futuras carreras, pero que el papel del profesor en las experiencias de aprendizaje, las estrategias de regulación y el manejo de recursos puede ser clave para lograr una motivación.

Pese a que tradicionalmente la enseñanza de la matemática se ha realizado a nivel algebraico, formal y abstracto, el auge de las TICs ha posibilitado la exploración y comprobación de hipótesis, así como verificar numéricamente soluciones utilizando herramientas computacionales (Gatica y Ares, 2012). Particularmente en un curso de Ecuaciones Diferenciales, favorece la comprensión de conceptos y sus aplicaciones que, sin estos recursos, quedarían en un nivel de abstracción difícil de asimilar por muchos estudiantes en un corto periodo de tiempo. Ejemplo de ello serían conceptos de isoclinas y su relación con soluciones generales y particulares de ecuaciones diferenciales, intersección de planos como solución a sistemas de ecuaciones, cinética de soluciones de sistemas de ecuaciones diferenciales, interpretación gráfica de límites, entre otros (Villalobos et al., 2012). También, la introducción de las TICs da un fuerte papel a la visualización, que constituye uno de los principales atractivos al desarrollar contenidos y para entender problemas en términos de un diagrama o de una imagen. En matemática, esto es facilitado con la ayuda de tecnología para el descubrimiento y comprensión de conceptos (Macías, 2007).

El papel del docente es clave para diferenciar las nuevas dificultades que puedan originarse del proceso al introducir las TICs, como las que podrían generarse al manipular las diversas herramientas, es decir, una dificultad en el uso de las TICs más que con la matemática por sí misma (Cerde, 2002). El diseño curricular y la implementación didáctica con el uso de las TICs debe tener un sustento científico adecuado, contar con una propuesta didáctica claramente definida y contemplar los nuevos obstáculos en la enseñanza-aprendizaje (Herrera, 2004).

Uno de los retos de las TICs y el uso de software especializado conduce hacia el crear conciencia de que la tecnología no sustituye lo que se debe enseñar y aprender, sino más bien a la forma en que se realiza y la exploración de problemas de mayor complejidad, que sin el uso de herramientas computacionales serían sumamente difíciles de analizar (Angel y Bautista, 2001). Debe destacarse que las herramientas tecnológicas no resuelven por sí solas los problemas en matemática, sino que facilitan la comprensión y resolución de ejercicios de alta complejidad (Alfaro et al., 2012).

82

Ya descrito por Martínez (2003) y reafirmado por Castillo (2008), el acceso a las TIC responde a diferentes requisitos como lo son el recurso material (acceso técnico), la disponibilidad de tiempo en el aula (acceso práctico), el conocimiento de los paquetes computacionales (acceso operativo), la idoneidad del uso de las TIC de acuerdo al tema (acceso criterial) y la capacidad para manejar los paquetes y crear asociación con los conceptos (acceso relacional científico tecnológico). Además, la integración de software en educación debe atender al menos ciertos criterios, tanto a nivel tecnológico como educativo. A nivel tecnológico, debe ser simple, contar con soporte y asesoría, idealmente ser adaptable o de código abierto, portable, con buena calidad gráfica e interactividad. Respecto al ámbito educativo, el software debe cumplir con ser adecuado a las necesidades curriculares, que permita plantamiento de situaciones problemáticas, que motive al estudiante, que logre un compromiso interactivo con los estudiantes y que posibilite el diseño experimental (Ré et al., 2012).

### **3. PROPUESTA DIDÁCTICA**

#### **3.1 CONTEXTO**

El curso de Ecuaciones Diferenciales Aplicadas corresponde a una materia de servicio de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, y que forma parte del currículo académico de los estudiantes de las carreras

de Farmacia, Ingeniería de Alimentos, Enseñanza de las Ciencias, Biología, Ingeniería en Biosistemas y Topografía. La incorporación de las TICs en la clase de Ecuaciones Diferenciales Aplicadas se ha realizado gradualmente desde en el segundo semestre del año 2011. En ese entonces, se realizaba una sesión de laboratorio por mes, para un total de 5 actividades de aproximadamente 2 horas y sin ninguna evaluación específica; las pocas sesiones se debían a la falta de un espacio exclusivo para el desarrollo de las clases con el uso de tecnología, así como el limitado material y experiencia en el uso de las TICs. A partir del año 2012, mediante un proyecto de investigación se logró la incorporación oficial de tecnología en diversos cursos, incluyendo Ecuaciones Diferenciales Aplicadas, y que permitió acondicionar un laboratorio de cómputo exclusivo para las lecciones.

Durante el año 2012, se realizaron prácticas asociadas a las clases teóricas y a los laboratorios, separadas por el tipo de recurso utilizado, para cerca del 70% de los grandes temas de estudio. A partir del primer semestre del 2013 se logró cubrir el 100% de los temas con al menos 4 prácticas y actividades con el uso de las TICs. Las prácticas asociadas a las clases teóricas se refiere a actividades que se usan o implementan en forma paralela en que se estudian los fundamentos matemáticos del curso y ejercicios, lo cual se usan para dar una mejor comprensión de la materia y visualización, repaso de conceptos previos o introducción a temas; la principal diferencia con los laboratorios es que no se hace uso de software especializado, sino más bien el uso de plataformas en línea. Los laboratorios son actividades congruentes pero separadas de la clase regular teórica y con un uso intenso de software especializado, y pueden ser de carácter introductorio o exploratorio, para desarrollo de contenidos o para extender conceptos y temas.

### 3.2 RECURSOS

Actualmente se cuenta con un laboratorio de cómputo en el que se imparten las lecciones del curso (para 30 personas), y cada computador con diversos programas de matemática para cálculo numérico y simbólico, los cuales, en su mayoría, pueden ser adquiridos por los estudiantes. Los programas utilizados en el desarrollo de la sesión de laboratorio son Mathematica, MuPAD, Winplot, Winmat, MATLAB, CellDesigner, Excel y COPASI. Estos paquetes computacionales son los requeridos para el desarrollo de los laboratorios.

Además, existe una plataforma virtual *moodle* disponible para cada uno de los cursos, el cual se constituye uno de los principales ejes de comunicación entre estudiantes y docente al implementar las TICs. La plataforma *moodle* dispone de diversos recursos para la incorporación de las TICs: acceso a archivos, foros, tareas, cuestionarios, taller de pares, accesos a editores en línea para Latex, enlace a videos en canal youtube -creados específicamente para el curso-, plataforma en línea Wolfram-Alpha, acceso a archivos en línea de Wolfram-Demonstrations (demostraciones de Wolfram) y plataformas de simulación para biología de sistemas. Estos recursos son los principales, aunque no exclusivos, para el desarrollo de actividades asociadas a las clases teóricas.

### 3.3 IMPLEMENTACIÓN

#### 3.3.1 Actividades asociadas a la clase teórica

Las actividades asociadas a las clases teóricas con el uso de TICs se desarrollan principalmente en el aula en las sesiones regulares del curso, que es de aproximadamente 5 horas semanales. Aunque muchos de los ejemplos y explicaciones se desarrollan con las TICs en los laboratorios, los estudiantes deben ser capaces realizar todos los pasos algebraicos sin el uso de las TICs. En dependencia de la actividad y tema, las TICs se implementan en cualquier momento de la lección y puede quedar intercalado con algún laboratorio. La plataforma moodle sirve como eje fundamental para el acceso a la información e integración de las TICs a la clase teórica, en los que se incluye:

84

- Foros: Relacionados con temas tanto ajenos como propios del curso de ecuaciones diferenciales. Incluye temas motivacionales, de otras áreas de ciencias básicas, ejercicios de repaso de cálculo y ejercicios de ecuaciones diferenciales. En la implementación más reciente los foros que se realizaron fueron con los siguientes temas: Principio de Parsimonia, Teorema de Thomas, Ley de acción de masas y cinética de Michaelis-Menten, problemas no resueltos en matemática, discutiendo la película "A beautiful mind", repaso de fracciones parciales, repaso de completación de cuadrados.
- Taller de pares (peer assignment): Consiste en actividades de desarrollo corto, los cuales son resueltos por los estudiantes, de forma individual, mediante uso de código Latex y poseen una evaluación por parte de 3 compañeros y el docente. La nota obtenida es el promedio de las 4 notas, siempre y cuando el estudiante evalúe a otros 3 compañeros. Se realizaron 3 actividades por semestre, en el que se planteó la resolución de una aplicación con una ecuación diferencial de primer orden, una

aplicación de un sistema de ecuaciones lineales y una aplicación de tanques para sistemas de ecuaciones diferenciales.

- Tareas y cuestionarios: Son actividades de resolución fuera de la clase, enfocado en aspectos teóricos del contenido, principalmente teoremas y algoritmos básicos de resolución. Se realizó un cuestionario por cada examen parcial y una tarea de desarrollo por tema, todos de trabajo en forma individual.
- Ejemplos complementarios: Son videos elaborados por el docente con ejemplos que tienen particularidades en su solución, ya sean a nivel de procedimiento o dificultad en general, y que requieren de una comprensión plena del contenido, por lo que se recomiendan después de un estudio de los ejemplos básicos. Se encuentran en un canal de YouTube y para todos los temas hay al menos 3 ejemplos en este formato.
- Redes sociales: Permiten una comunicación en tiempo real, principalmente para aspectos administrativos y atención de consultas. Se utilizaron las redes sociales Facebook y Google+.
- Actividades de aplicaciones de demostración de Wolfram (Wolfram-Demonstrations): Son ejemplos implementados en código de Mathematica y disponibles en línea, funcionando para casos concretos de teoremas y aplicaciones, principalmente para introducir temas y sin entrar en detalles teóricos. Usualmente posee consolas para manipular variables, funciones o parámetros en los ejemplos.

En la Figura 1 se muestran algunos ejemplos de las actividades realizadas para complementar las lecciones teóricas. En la Figura 1-A se presenta un ejemplo de algunas de las preguntas del Cuestionario 2, de los temas de ecuaciones diferenciales de orden superior y de sistemas de ecuaciones lineales. En la Figura 1-B corresponde a una aplicación de demostración de Wolfram, la cual es un sistema de dos tanques interconectados y que modela la concentración de soluto en cada tanque; este ejemplo fue presentado para introducir el tema de sistemas de ecuaciones diferenciales. En el caso de la Figura 1-C, se presenta un ejemplo del segundo taller de pares que se realizó en el curso, solución elaborada por un estudiante y en el que se utilizó código Latex para plantear un problema de valor inicial (PVI) que responda al enunciado de la izquierda. En la misma figura, la imagen central muestra el código implementado y la imagen de la derecha corresponde a la visualización final. En la evaluación por taller de pares cada estudiante, además de proponer su solución al ejercicio, debió evaluar la solución de 3 compañeros, asignados al azar y con una guía de evaluación brindada por el docente.

La ventaja de los talleres de pares es que permite al estudiante la retroalimentación al evaluar el trabajo realizado por otros compañeros y la guía del docente, permitiendo una integración del conocimiento a un nivel superior. Además, el módulo de taller de pares permite la autoevaluación, basado en la guía brindada, lo que refuerza la comprensión y el aprendizaje por medio del error. Así, se resalta que el aprendizaje por autoevaluación y la evaluación por pares es resultado de un proceso de reflexión activo y creativo.

### 3.3.2 Laboratorios del curso

Los laboratorios del curso de Ecuaciones Diferenciales Aplicadas constituyen una serie de procedimientos para el uso de diferentes aplicaciones de software especializado para la solución de ejercicios, visualización e interpretación.

FIGURA 1  
Ejemplos de actividades implementadas en la plataforma moodle

86

A. Cuestionario		B. Aplicación de demostración Wolfram	
<p><b>Pregunta 2</b> Sin finalizar Puntuación como 2.00</p> <p>Para la ecuación diferencial: <math>D^2(D^2 - 4)(2D^2 + 4^2)y = 4 + x \cos(4x)</math> Para calcular el Wronskiano, debemos derivar el siguiente número de veces</p> <p>Respuesta: <input type="text"/></p> <p>Comprobar</p>	<p><b>Pregunta 3</b> Correcta Puntuación como 2.00</p> <p>Considere la ecuación diferencial y su solución al utilizar el método de Variación de parámetros: <math>(D^2 - 4)(2D^2 + 4^2)y = 16x^4</math> Se sabe que el número de soluciones a encontrar en la ED homogénea es de</p> <p>Respuesta: <input type="text"/></p> <p>Comprobar</p>	<p><b>Mixing in Two Connected Tanks</b></p>	
<b>C. Actividad del taller de pares</b>			
Enunciado		solución con código latex	
<p>“En cierta solución hay 2 g de un químico Q y en 1 hora hay 3 g de Q. La tasa de incremento instantánea del químico respecto al tiempo es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo que ha estado en la solución. Se quiere determinar la cantidad <math>y(t)</math> de químico Q formada en el tiempo“</p>		<p>La ED asociada al PM es:</p> $55 \int \frac{dy(t)}{dt} dt = k \sqrt{y(t)} \int dt \quad 55, \quad 55y(0) = 255, \quad 55y(1) = 355$ <p>Entonces <math>55 dy = (k \sqrt{y(t)}) dt \int dt</math></p> $55 \int \frac{dy}{\sqrt{y}} = \int k dt \int dt \int dt \int dt$ $55y = \frac{1}{2} k t^2 + C$ <p>Evaluando la ED con la primer condición <math>y(0)=2</math>, se obtiene</p> $55 \cdot 2 = \frac{1}{2} k (0)^2 + C$ $55 \cdot 2 = C$ <p>Y con la condición <math>y(1)=3</math></p> $55 \cdot 3 = \frac{1}{2} k (1)^2 + 2 \cdot 55$ $55k = \frac{1}{2} k (1)^2$ <p>Finalmente se obtiene que: <math>55 y(t) = t^2 + \frac{1}{2} k t^2 + 2 \cdot 55</math></p>	
		Visualización	
		<p>La ED asociada al PV1 es:</p> $\frac{dy(t)}{dt} = k \sqrt{y}, \quad y(0) = 2, \quad y(1) = 3$ <p>Entonces</p> $dy = (k \sqrt{y}) dt$ $\int \frac{dy}{\sqrt{y}} = \int k dt$ $y = \frac{1}{2} k (t^2) + C$ <p>Evaluando la ED con la primer condición <math>y(0)=2</math>, se obtiene</p> $2 = \frac{1}{2} k (0)^2 + C$ $2 = C$ <p>Y con la condición <math>y(1)=3</math></p> $3 = \frac{1}{2} k (1)^2 + 2$ $k = \frac{2}{1}$ <p>Finalmente se obtiene que:</p> $y(t) = t^2 + 2$	



Para cada uno de los laboratorios se cuenta con un archivo elaborado en Mathematica, el cual describe los procedimientos para cada una de las sesiones. Además, para cada tema se cuenta con un archivo de comandos básicos, los cuales son usados como referencia al trabajar con código de programación. La distribución física de los computadores del laboratorio permite el trabajo en tríos, lo cual favorece el compartir experiencias, dudas y metodologías para resolver los ejercicios. El profesor es un asesor a lo largo de la sesión, principalmente por la rigurosidad del código en Mathematica. El uso de otros programas siempre es especificado en el mismo archivo base de la clase.

Además, de acuerdo al objetivo de las diversas actividades, los laboratorios son clasificados en actividades de exploración, de desarrollo de contenido y de extensión.

- Exploración: Se refiere a las actividades que permiten la utilización del conocimiento previo para la ejecución de actividades introductorias a un tema, a fin de contextualizar el contenido antes de entrar en los detalles teóricos. Es un proceso guiado por el docente pero la construcción es por parte de los estudiantes.
- Desarrollo de contenido: Se refiere a las actividades que realizan un vínculo directo entre los contenidos teóricos principales y la resolución de problemas, con un enfoque basado en algoritmos, métodos e interpretación y con menos importancia a los procedimientos algebraicos. Debido a la disponibilidad de software, los ejercicios planteados contienen mayor número de parámetros y dificultad algebraica comparados con los realizados usualmente en las clases tradicionales. El docente tiene un papel primordial debido a la introducción de lenguaje de programación.
- Extensión: Se refiere a las actividades que tienen como objetivo proporcionar herramientas para la aplicación de las ecuaciones diferenciales a diversos modelos pero que no son parte del contenido del curso, y por tanto, se constituyen como material adicional.

En la Tabla 1 se describen cada uno de los laboratorios del curso de Ecuaciones Diferenciales Aplicadas, los cuales corresponden con la teoría del curso. En la misma tabla se aprecia el tipo de actividad y la descripción básica de la misma, así como los requerimientos de software en cada caso.

TABLA I

**Descripción de contenidos y laboratorios en el curso de ecuaciones diferenciales aplicadas**

C	Subcontenido	Implementación			
		Laboratorio	Tipo de actividad	Actividad	Recursos de software
1. Métodos clásicos de Ecuaciones Diferenciales	Introducción al uso de software en matemática	Laboratorio 1: Introducción al cálculo simbólico con Mathematica	Exploración	Cálculos y operaciones en Mathematica: funciones, límites, derivadas, integrales y graficación. Escritura de archivos con Latex.	Wolfram-Demos-trations, MuPAD, Latex Mathematica
	Concepto de solución y clasificación	Laboratorio 2: Graficación de soluciones de una ED y su interpretación	Exploración	Análisis de isóclinas y familia de curvas, solución general y particular.	Winplot y Mathematica
	Resolución de ED	Laboratorio 3: Resolución de ED con uso de paquete de cómputo y su graficación	Contenido	Resolución de ED mediante cálculo simbólico, graficación e interpretación.	Mathematica
	Métodos numéricos para ED	Laboratorio 4: Resolución de ED numéricamente	Extensión	Cálculo numérico para resolver ED: Métodos de Euler y Runge-Kutta cuarto orden.	Wolfram-Demos-trations, MATLAB y Excel
2. Aplicaciones de ED de primer orden	Crecimiento logístico y Tanques simples	Laboratorio 5: Uso de software para resolver aplicaciones de Problemas de Valor Inicial (PVI)	Contenido	Planteamiento, resolución e interpretación de PVI mediante uso de software (inc ontenido luye el uso de Laboratorios 1, 2 y 3)	Mathematica, Winplot y CellDesigner
	Curvas ortogonales	Laboratorio 6: Interpretación gráfica de curvas ortogonales	Contenido	Utilización de software para resolver algebraicamente ejercicios de curvas ortogonales y su interpretación gráfica.	Mathematica
3. Repaso de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales (SEL)	Análisis gráfico de SEL	Laboratorio 7: Uso de software para cálculos con matrices, determinantes y SEL	Exploración	Análisis de sistemas de ecuaciones lineales resueltos y su interpretación.	Wolfram-Demos-trations
	Matrices y determinantes		Contenido	Cálculos y operaciones básicas de matrices y determinantes.	Mathematica, Winmat
	Resolución de SEL	Laboratorio 8: Uso de software para resolución e interpretación de SEL	Contenido	Resolución de SEL mediante cálculo numérico, simbólico y graficación para visualización de soluciones (3x3).	Mathematica, Winplot, MuPAD
	Aplicación de SEL		Extensión	Planteamiento, resolución e interpretación de aplicaciones de SEL	Wolfram-Demos-trations

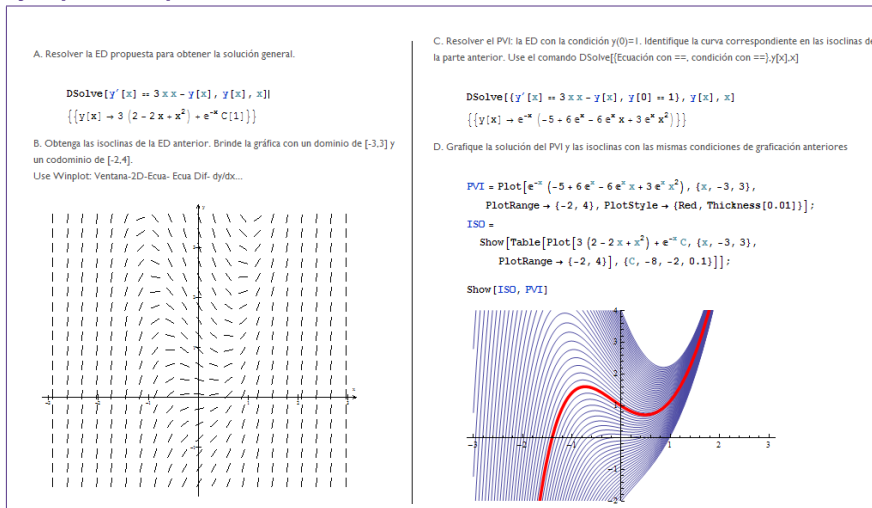
TABLA I (CONTINUACIÓN)

Descripción de contenidos y laboratorios en el curso de ecuaciones diferenciales aplicadas

C	Subcontenido	Implementación			
		Laboratorio	Tipo de actividad	Actividad	Recursos de software
4. Ecuaciones Diferenciales de orden superior	Resolución de ED de orden superior	Laboratorio 9: Resolución de ED de orden superior	Exploración y Contenido	Utilización de software para la solución de ED de orden superior, graficación de soluciones e interpretación	Wolfram-Demos-trations y Mathematica
	Aplicaciones de ED de segundo orden	Laboratorio 10: Aplicaciones de ED de segundo orden	Extensión	Planteamiento, resolución e interpretación de aplicaciones de ED de segundo orden: circuitos y resortes.	Mathematica
5. Sistemas de ecuaciones diferenciales (SED)	Resolución de SED	Laboratorio 11: Resolución de SED	Exploración y contenido	Proyecto: Resolución e interpretación de SED mediante cálculo numérico y simbólico	Mathematica, MATLAB
	Aplicaciones de SED	Laboratorio 12-1: Tanques interconectados	Extensión	Aplicación de un modelo de tanques: Planteamiento y graficación del modelo	CellDesigner
	Aplicaciones de SED	Laboratorio 12-2: Tanques interconectados	Extensión	Aplicación de un modelo de tanques: Ajuste de parámetros del modelo y graficación	COPASI
	Aplicaciones de SED	Laboratorio 12-3: Tanques interconectados	Extensión	Aplicación de un modelo de tanques: Simulaciones e interpretación del modelo	CellDesigner y COPASI
6. Transformada de Laplace (TL)	Definición y propiedades de TL	Laboratorio 13: Introducción a Transformada de Laplace	Exploración	Cálculo de TL por definición e inferencia de propiedades básicas.	Mathematica
	Resolución de ED con TL	Laboratorio 14: Resolución de ED con TL	Contenido	Utilización de software simbólico para resolver ED con la TL.	Mathematica
	Tanques interconectados	Laboratorio 15: Aplicación de SED y resolución por TL	Contenido	Utilización de software simbólico para resolver SED de tanques interconectados con la TL.	Wolfram-Demos-trations y Mathematica

FIGURA 2

Ejemplo de implementación del Laboratorio 2 (solución de estudiante)



90

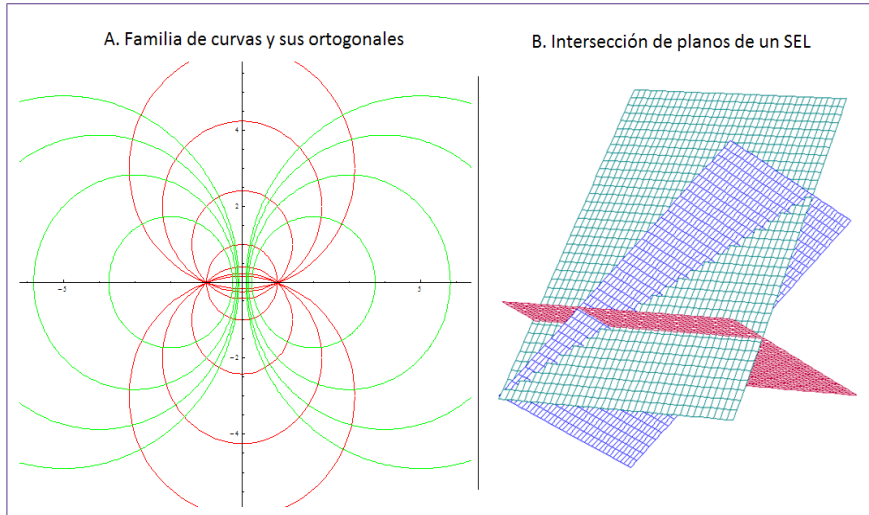
Algunos ejemplos de la implementación de los laboratorios son presentados a continuación. En la Figura 2 se muestra la solución brindada por un estudiante al Laboratorio 2. En este caso se utilizó Winplot para graficar las isóclinas, mientras que en Mathematica se resolvió la ecuación diferencial, el problema de valor inicial y se graficaron las curvas solución en cada caso. El poder de graficación de cada software se puede comparar con las isoclinas, aunque en Mathematica se requiere una implementación más detallada. La graficación de las isoclinas se realizó al inicio del tema para explicar los conceptos de solución general y particular, mientras que el código en Mathematica se presentó al final de la lección y después de haber resuelto las primeras ecuaciones diferenciales y los problemas de valor inicial.

En la Figura 3-A se muestra la solución gráfica del Laboratorio 6, en el que se debió hallar las curvas ortogonales (verdes) a una familia dada de curvas (rojas); la actividad se realizó en forma paralela a la teoría, pues después de cada paso algebraico realizado en la clase sin software se verificaba en Mathematica con el código brindado, con el fin de resaltar la utilidad del paquete y el poder para la interpretación.

En el Laboratorio 9, se utilizó software para encontrar las soluciones de un sistema  $3 \times 3$ , y cuya representación gráfica es mostrada en la Figura 3-B. Se les solicitó a los estudiantes determinar el tipo de solución a encontrar basados únicamente con la gráfica y luego comparar con sus resultados algebraicos, que también se realizaron después de la sección teórica.

FIGURA 3

### Ejemplo de implementación de Laboratorios 6 (A) y 9 (B).

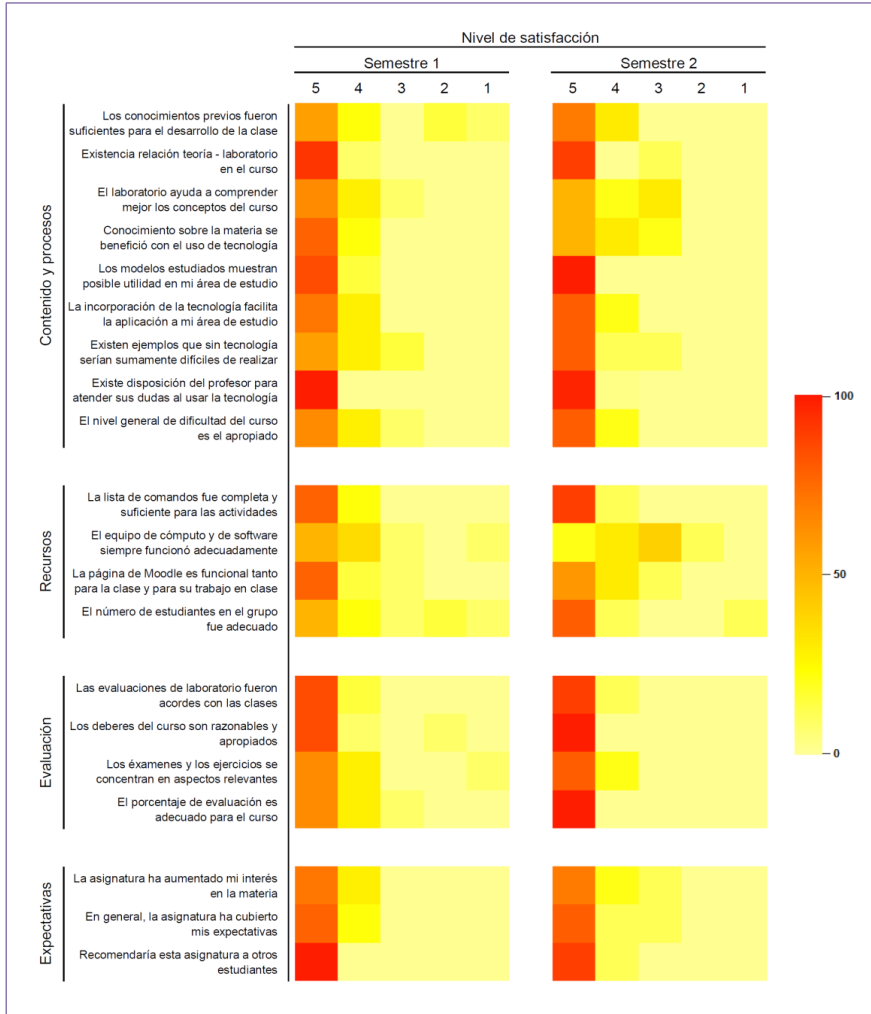


## 4. EVALUACIÓN DE LA SATISFACCIÓN DE LOS ESTUDIANTES

Se realizó la evaluación del curso de Ecuaciones Diferenciales Aplicadas mediante una encuesta aplicada a los estudiantes. En la Figura 4 se presentan los resultados de la evaluación realizada en los dos semestres del año 2013, en los que se dio la aplicación de la actual propuesta. La Figura corresponde a un mapa de color, en el que la intensidad de color correlaciona con el porcentaje de estudiantes que marcaron el nivel de satisfacción, mostrado en la parte superior, respecto a cada uno de los rubros mostrados a la izquierda (separados por tipo de aspecto a evaluar).

FIGURA 4

Nivel de satisfacción de los estudiantes respecto al uso de las TICs



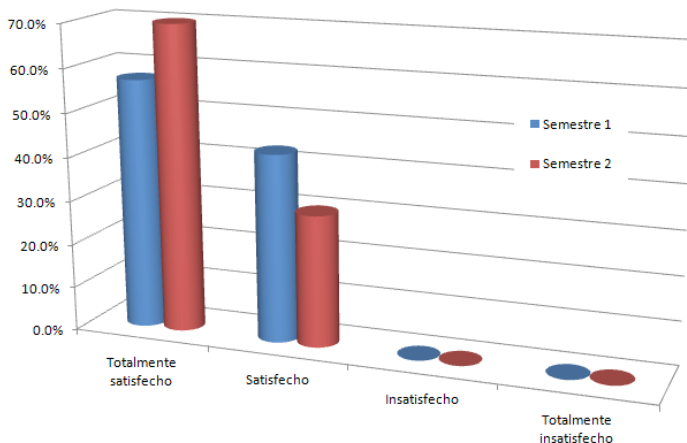
El nivel de satisfacción presentó en una escala de 1 (menos) a 5 (más satisfacción), para el cual cada estudiante marcó una única casilla. Se obtuvo el porcentaje por cada nivel y es el presentado en la figura. Los cuadros color crema corresponden a un 0% de estudiantes que marcaron esos niveles, y conforme aumenta el porcentaje los colores varían al amarillo, naranja y rojo, siendo este último más cercano a un 100% (escala a la derecha de la Figura). La evaluación contempló la evaluación de aspectos agrupados en contenido y procesos, recursos, evaluación y expectativas.

Respecto a los contenidos y los procesos didácticos, la mayoría de los estudiantes brindan un alto nivel de satisfacción, con valores que predominan en el nivel 5 y luego el 4. Sin embargo, la satisfacción se distribuye entre niveles 5 a 3, principalmente en el semestre 2, para dos rubros clave: “el laboratorio ayuda a una mejor comprensión de conceptos” y “la resolución de ejemplos de mayor complejidad que sin tecnología no serían sencillos de hacer”, lo cual podría ofrecer nuevas ideas para exaltar la importancia de las TICs entre los estudiantes.

Con los recursos, la menor satisfacción se dio para el caso del funcionamiento de los equipos y software en el laboratorio, pues durante las lecciones algunos computadores no funcionaban y en algunos casos se recurrió al trabajo en parejas o con computadores personales para solventar la falla.

En cuanto a la evaluación se destaca que los estudiantes consideran que el porcentaje de evaluación con actividades relacionadas con las TICs es adecuado, aunque a nivel docente se ha discutido una mayor asignación a este rubro. Los rubros relacionados con expectativas parecen ser muy satisfactorios en la mayoría de los estudiantes y en ambos semestres. Estos aspectos son congruentes con la satisfacción global percibida, que se muestra en la Figura 5, donde todos los casos se obtuvo satisfacción o satisfacción total, siendo este último caso un 55% para el semestre 1 y casi un 70% para el segundo semestre.

FIGURA 5  
Nivel general de satisfacción de los estudiantes



La satisfacción obtenida por los estudiantes responde a la propuesta implementada, donde el uso de las TICs tuvo un papel clave. Como ha sido descrito, las nuevas estrategias brindan posibilidades para mejorar el proceso global de educación en matemática, creando metodologías que permitan un mejor aprendizaje de la disciplina por parte del estudiante, enfocando hacia el uso de la tecnología y específicamente de software para la enseñanza (Vargas y Gamboa, 2013). El uso de las TIC en el aula tiene una incidencia en la motivación, el tiempo de aprendizaje, cognición y procesos del pensamiento de los estudiantes como respuesta a la reestructuración del currículo educativo y la didáctica (Castillo, 2008).

Finalmente, dado que uno de los retos en la educación es la mejora continua en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje y su calidad, deben seguirse explorando alternativas para la inclusión de las TICs y otros paradigmas de enseñanza al aula, tanto en todas las áreas académicas como a todo nivel educativo, particularmente en la matemática universitaria.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentó una propuesta para la introducción de las TICs en un curso de Ecuaciones Diferenciales Aplicadas y que fue implementada y evaluada por los 2 semestres del 2013, obteniendo altos niveles de satisfacción entre el estudiantado. La estrategia busca aplicar las TICs en el desarrollo y evaluación de las lecciones teóricas del curso, así como la introducción de prácticas o laboratorios de alta complejidad algebraica con el uso de software especializado. Sin embargo, la propuesta actualmente no es parte general de la cátedra sino que se ha trabajado con un grupo por semestre, teniendo como reto la extensión hacia todos los cursos, lo cual requiere de espacio físico y recursos adicionales.

---

## REFERENCIAS

- ALFARO, A., ALPÍZAR, M. & CHAVES, E. (2012). Recursos metodológicos utilizados por docentes de I y II ciclos de la educación general básica en la dirección regional de Heredia, al impartir los temas de probabilidad y estadística. *Revista Uniciencia*, 26: 135-151.



- ANGEL, J. & BAUTISTA, G. (2001). Didáctica de las matemáticas en enseñanza superior: la utilización de software especializado. <http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html#bibliografia> [Consulta: junio 2014]
- BELANDO, M. 2014. Formación permanente del profesorado. Algunos recursos TIC para la docencia universitaria. *Revista Iberoamericana de Educación*, 65 (1): 1-11. <http://www.rieoei.org/deloslectores/6172Belando.pdf>
- CASTILLO, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2): 171-194.
- CERDA, C. (2002). Elementos a considerar para integrar tecnologías del aprendizaje de manera eficiente en el proceso enseñanza-aprendizaje. *Revista de Estudios Pedagógicos*, 28: 179-191.
- CHAVARRÍA, G. (2014). Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia. *Revista Uniciencia*, 28(2): 15-44.
- FERNÁNDEZ, M. (2000). Perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje del tema límite de funciones con el uso de un asistente matemático. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(2): 171-187.
- GATICA, S. & ARES, O. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. *Revista de Educación Mediática y TIC*, 1 (2): 88-107.
- HERRERA, M. (2004). Las nuevas tecnologías en el aprendizaje constructivo. *Revista Iberoamericana de Educación*, 34(4): 1-20. <http://www.rieoei.org/deloslectores/821Herrera.PDF>
- MACÍAS, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42: 4-10. <http://www.rieoei.org/deloslectores/1517Macias.pdf>
- MARTÍNEZ, F. (2003). El profesorado ante las nuevas tecnologías. En J. Cabero, F. Martínez y J. Salinas (Coords.), *Medios y herramientas de comunicación para la educación universitaria* (pp. 207-222). Ciudad de Panamá, Panamá: Sucesos Publicidad.
- RÉ, M., ARENA, L. & GIUBERGIA, M. (2012). Incorporación de TICs a la enseñanza de la Física: Laboratorios virtuales basados en simulación. *Revista Iberoamericana de Educación en Tecnología y Tecnología en Educación*, 8: 16-22.
- VARGAS, G. & GAMBOA, R. (2013). La enseñanza del teorema de pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del geogebra, según el modelo de van Hiele. *Revista Uniciencia*, 27(1): 95-118.
- VILLALOBOS, J., BRENES, S. & MORA, S. (2012). Herramienta asistida por computadora para la enseñanza del álgebra relacional en bases de datos. *Revista Uniciencia*, 26: 179-195.

