

Entendimento da mistura de cores facilitado pela articulação entre a Química e a Matemática

NELSON ANGELO DE SOUZA
MÁRCIA N. BORGES
CARLOS MAGNO R. RIBEIRO
PAULO ROBERTO TRALES

Universidade Federal Fluminense, Brasil

Introdução

As cores fascinam os seres humanos por estarem diretamente relacionadas à nossa percepção, tendo se tornado um objeto de estudo em praticamente todas as culturas. Elas são fundamentais em qualquer processo de educação visual e exercem grande influência sobre as pessoas, interferindo nos sentidos, nas emoções e no intelecto, o que vem despertando o interesse de grupos de pesquisa na tentativa de compreender como se processa a visão no ser humano (WEB1, 2007; Hooser e Nelson, 2006; Saunders e Brakel, 2002).

As cores estão presentes na vida dos seres humanos, especialmente na arte. Na Grécia antiga, já se escreviam tratados sobre a harmonia das cores em pinturas. Atualmente, diversos estudos visam discutir a articulação entre a arte e as ciências, como, por exemplo, a Química (WEB2, 2007; Orna, 2001; Frankel, 2001). Em meados do século XVII, os fenômenos envolvendo propagação da luz em lentes e prismas já eram conhecidos e aplicados em instrumentos óticos, mas foi o matemático e físico inglês Isaac Newton (1642-1727) quem primeiro demonstrou, por meio de experimentos, a relação entre as cores e a luz. Newton provou, através do experimento de difração, que a luz branca continha todos os comprimentos de onda e que, ao atravessar um prisma, se decompunha nas cores do arco-íris. Esse foi o primeiro modelo científico da formação de cores e propagação da luz (Horowicz, 1999; Westfall, 1995). Em 1860, o físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) concluiu que a luz é um tipo de radiação eletromagnética. Após os trabalhos de Newton e Maxwell, diversas experiências foram relacionadas à radiação eletromagnética (luz), trazendo inestimáveis contribuições ao desenvolvimento da sociedade, como, por exemplo, a descoberta dos raios X feita pelo físico alemão Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923), que recebeu o prêmio Nobel de Física em 1901 (Soares, 1991). Ao longo do século XX, as aplicações tecnológicas das radiações eletromagnéticas foram diversificadas tanto no caso dos raios gama emitidos por partículas subatômicas de alta frequência quanto com as ondas de rádio de baixa frequência. No mundo moderno, quase todas as áreas do conhecimento, como a ciência humana, a tecnologia, a saúde e as artes se utilizam do estudo das cores (Gomes, 1994).

Revista Iberoamericana de Educación

ISSN: 1681-5653

n.º 46/8 – 15 de agosto de 2008

EDITA: Organización de Estados Iberoamericanos
para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI)



A cor é uma propriedade da substância que tem grande importância para o químico (Gouvêa-Matos, 1999; Coutinho *et al.*, 2005; Willians, 1999). A presença de uma determinada cor em substâncias indica, freqüentemente, sua composição ou seus arranjos estruturais ou mesmo a presença de impurezas em sua composição. A cor é também um parâmetro muito importante para a identificação e a classificação de substâncias. Além da cor dos compostos em si, sua alteração é igualmente importante para o químico. Uma das maneiras clássicas de verificar a ocorrência de uma reação é observar a alteração de cor do meio reacional. Fatores como temperatura, solvente e outras interações com o meio podem também alterar a cor original de um composto (Orna, 1978; Poncini e Wimmer, 1987). Desta maneira, o uso da cor tem se aplicado no desenvolvimento de indicadores naturais de pH (Terci e Rossi, 2002; Alt, 2002; Silva, 2001), no estudo de absorção em soluções coloridas (Stevens, 2006; Gelabert, 2006), sobre corantes têxteis (Guarantini e Zanoni, 2000), entre outros. Na Física, diversos trabalhos também têm se dedicado, por exemplo, ao ensino da relação entre a luz e a cor (Rossing e Chiaverina, 2000), em experimentos envolvendo a visão humana (Cortel, 2005). Por outro lado, a importância de se buscar novas estratégias para o ensino de Matemática tem sido uma preocupação constante entre os educadores dessa área da ciência (Sullivan, 2005). O ensino mostrando a interdisciplinaridade desse tema pode ser visto em muitos trabalhos (Bopegedera, 2005; Goldshimith, 2006).

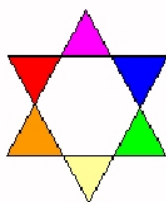
O curso de graduação de Química da Universidade Federal Fluminense oferece, no seu primeiro ano, a Matemática e a Física como disciplinas obrigatórias do ciclo básico. Esse fato causa certo grau de “estranheza” nos alunos, uma vez que os estudantes não compreendem a importância e a necessidade dessas ciências em sua formação. Em geral, isto acontece pela falta de conhecimento da integração e articulação entre as disciplinas. Devido ao nosso interesse no ensino de Química (Coutinho *et al.*, 2005; Soares *et al.*, 1988 e 1987; Souza e Coutinho, 2005; Borges *et al.*, 2005; Ribeiro 2005; Souza e Bravo, 1989; Souza e Ribeiro, 2007), propomos, neste trabalho, o desenvolvimento de um modelo geométrico para o ensino de mistura de cores de pigmentos, articulando conteúdos programáticos das disciplinas de Matemática e Física como uma forma de aumentar o rendimento na disciplina de Química geral experimental – seção orgânica. Assim, acreditamos que, dessa maneira, provocará uma maior motivação nos jovens recém-chegados à Universidade, pois este recurso simples pode criar uma maior empatia pela disciplina por parte dos alunos. Além disso, este esquema geométrico poderia ser aplicado também com os alunos de diversos níveis de ensino visando ao interesse pela Ciência, aplicando os conteúdos programáticos de acordo com o nível de conhecimento do aluno.

Metodologia

A escolha da mistura de cores em pigmentos justifica-se pelas seguintes abordagens que podem ser feitas ao longo do curso: conhecimento da natureza da matéria e como as transformações químicas provocam mudanças de cores; compreensão da natureza da luz e percepção das cores em relação à luz, utilização de recursos matemáticos simples para a compreensão da mistura de cores de pigmentos.

Como método didático, para melhor compreender como as cores primárias de pigmentos formam as cores secundárias, e como elas estão relacionadas à luz branca, criamos um dispositivo geométrico (Borges *et al.* 2007), uma estrela de 6 pontas, na qual as cores primárias e secundárias de pigmentos aparecem associadas e intercaladas entre si, como pode ser visto na Figura 1.

FIGURA 1
Figura geométrica – Estrela de 6 pontas



Essa mesma estrela foi agora utilizada por nós como base para a elaboração de uma nova proposta de ensino de mistura das cores, que, como mencionado anteriormente, articula a Matemática, a Química e a Física. Os conhecimentos teórico/práticos sobre os temas correlacionados, bem como a discussão do método por nós elaborado para o ensino articulado sobre a mistura das cores, serão relatados a seguir.

Natureza da luz e da cor

Toda a nossa percepção visual é baseada nas cores dos objetos. Alguns animais só enxergam em preto e branco; outros conseguem ver cores para nós invisíveis. O ser humano é capaz de distinguir muitos tons de cinza e de discernir várias cores diferentes (Bopegedera, 2005; Goldshimith, 2006). Por outro lado, só percebe as cores na presença de luz. Cor é a manifestação perceptual da luz, e luz é um sinal eletromagnético. A luz admite um modelo dual partícula-onda. As partículas luminosas – de massa nula, que viajam na velocidade da luz – chamam-se fótons. A frequência dos fótons determina o seu comprimento de onda. Quando um fóton atinge a retina, um impulso elétrico é gerado, enviado ao cérebro e traduzido em informação de cor. A cor é fundamentalmente um fenômeno subjetivo, resultado da ação da luz sobre a visão interpretada pelo cérebro (Orna, 1978), mas que deve ser tratada pela ciência objetivamente. A relação entre luz e cor pode ser entendida se examinarmos uma pequena região do espectro eletromagnético, que se encontra aproximadamente entre 400 e 800 nm (nm = nanômetro = 10^{-9} m), chamada região do visível. Só nessa região, Figura 2, o olho humano é capaz de perceber a luz branca, que, ao ser dispersa em um prisma (experiência de Newton), forma um espectro com as cores que conhecemos. Os comprimentos de ondas dessas cores variam do violeta (~ 400nm) ao vermelho (~ 800nm). A equação fundamental que descreve a relação entre luz e energia no espectro eletromagnético é dada por: $E = h\nu$, onde E = energia, h = Constante de Planck ($6,63 \times 10^{-34}$ J/s) e ν = frequência, que pode ser descrita por $\nu = c/\lambda$, onde c = velocidade da luz e λ = comprimento de onda. Assim, as cores de maior frequência são também as de maior energia, chamadas de cores quentes. As frias, conseqüentemente, serão as de menor frequência ou menor energia.

FIGURA 2
Espectro eletromagnético

<i>Raios γ</i> ($< 0,5 \text{ \AA}$)	<i>Raios X</i> ($0,5-100 \text{ \AA}$)	<i>Ultravioleta</i> ($100-400\text{nm}$)	<i>Visível</i> ($400-800\text{nm}$)	<i>Infravermelho</i> ($0,8-100\mu\text{m}$)	<i>Microondas</i> ($10\text{cm}-1\text{mm}$)
-------------------------------------------------------------	---------------------------------------------	-----------------------------------------------	------------------------------------------	--------------------------------------------------	---------------------------------------------------

\AA = ångstron = 10^{-10} m ; μm = micrômetro = 10^{-6} m

Formação das cores

Levando-se em conta os fenômenos de emissão, absorção e reflexão da luz, podemos destacar dois processos de formação de cores: o aditivo, que está relacionado à emissão de luz, e o subtrativo, que está relacionado à pigmentação. O processo aditivo é a combinação de feixes de cores puras, isto é, a energia dos fótons é somada na composição (iluminação). Esse processo se aplica principalmente à emissão de luz. Um prisma pode ser usado em posição adequada para recompor todas as cores originárias da luz branca, gerando um novo feixe com todas as luzes reunidas, que é a cor branca (experiência de Newton). O processo subtrativo caracteriza-se pelo resultado da diferença de uma cor através de filtragem de luz, ou seja, pela modificação da luz por um filtro ou corante. Por exemplo, um tomate vermelho seria visto sem cor se entre a luz branca e o tomate fosse colocado um filtro de qualquer cor diferente da vermelha.

O processo de formação da cor em pigmentos opacos pode ser compreendido como um fenômeno de absorção ou reflexão da luz incidente sobre o objeto. Desse modo, quando um raio luminoso atinge uma camada de um objeto pigmentado há um espalhamento da luz com fenômenos sucessivos e simultâneos, que determinam a cor refletida por aquela superfície. Em consonância com essa análise, o tomate é visto como vermelho, porque, quando a luz penetra nos pigmentos, todas as outras radiações referentes às outras cores são absorvidas, exceto as do vermelho que é refletido (processo subtrativo); ou o tomate é visto vermelho porque ele absorve a cor complementar do vermelho, que é o verde (processo subtrativo; absorção) (Soares, 1991). Isto é, ele absorve todas as cores, mas com um máximo de absorção no verde, que é a cor complementar do vermelho.

A Tabela 1 apresenta as faixas de absorção de comprimentos de ondas das principais cores do espectro eletromagnético e suas respectivas cores complementares.

TABELA 1

Faixas de cores da luz absorvidas (Abs.) e de cores observadas (Obs.) no espectro do visível

λ (nm)	400		450		500		570		590		620		750
Cor Abs.		Viol.		Azul		Verde		Amar.		Lar.		Verm.	
Cor Obs.		Amar.		Lar.		Verm.		Viol.		Azul		Verde	

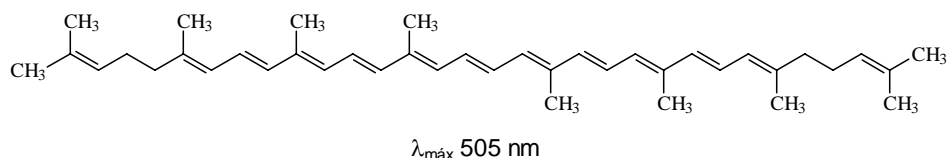
Viol. (violeta); Amar. (amarelo); Lar. (laranja); Verm. (vermelho).

A química e as cores

Trataremos agora do fenômeno de formação das cores associadas aos pigmentos, que são substâncias capazes de colorir os mais diversos tipos de materiais. Uma substância que se comporta como um pigmento é capaz de absorver uma faixa de luz do espectro visível (processo subtrativo), deixando passar a faixa de luz complementar, ou seja, a que será vista.

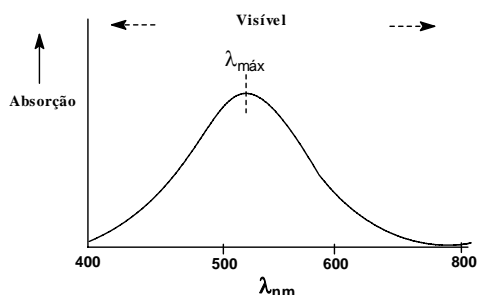
Retomando o exemplo do tomate, podemos ainda dizer que sua cor vermelha se deve principalmente à presença de um pigmento chamado licopeno (Figura 3) (Caserio, 1977).

FIGURA 3
Estrutura do licopeno



A Figura 3 apresenta, além da estrutura do licopeno, seu valor de $\lambda_{\text{máx}}$. Este valor refere-se ao comprimento de onda onde se localiza a intensidade máxima de absorção da faixa de luz absorvida por uma substância. Sua representação gráfica pode ser vista na Figura 4.

FIGURA 4
Absorção máxima de uma substância colorida na região do visível



A coloração das substâncias está associada principalmente às transições eletrônicas presentes nos compostos. As principais causas das transições eletrônicas são: conjugações por ligações múltiplas em compostos orgânicos; transições eletrônicas intermoleculares e intramoleculares em complexos com transferências de carga; transições de campo ligante em cristais e transições de bandas em materiais semicondutores (Orna, 1978).

Observando a estrutura do licopeno, vemos que são as ligações duplas conjugadas ao longo da estrutura que causam um $\lambda_{\text{máx}}$ de absorção na região do visível (505 nm). Como a substância absorve radiação na região da cor verde, a cor observada será, portanto, a cor complementar, que é a vermelha (Tabela 1).

Tratamento matemático

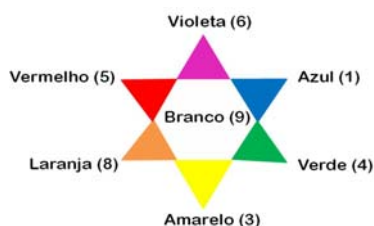
Esta seção consiste em apresentar um jogo interativo facilitador do entendimento de luz e cores. São utilizadas três cores primárias: azul (1), amarelo (3) e vermelho (5). Essas três cores combinadas duas a duas resultam nas cores secundárias: verde (4), violeta (6) e laranja (8), conforme mostrado na Tabela 2. Na representação esquemática, apresentada na Figura 5, as cores estão dispostas segundo a ordem crescente de comprimento de onda de absorção no visível a partir do vértice superior e no sentido horário [violeta (6), azul (1), verde (4), amarelo (3), laranja (8) e vermelho (5)]. Isso facilita a articulação da mistura de cores,

segundo os processos aditivos e subtrativos na formação de cores (secundárias). O tipo de arranjo utilizado coloca as cores complementares em posições diametralmente opostas. Acrescentamos de forma empírica na estrela alguns valores numéricos, que permitirão interpretar o conceito de misturas de cores de uma forma lúdica e ainda exercitar o raciocínio matemático com operações elementares. Conforme observado na Tabela 2 e na Figura 5, atribuímos às cores primárias os três primeiros números ímpares 1 (azul), 3 (amarelo) e 5 (vermelho), e para as cores secundárias, resultantes das misturas de cores primárias, duas a duas, os números 4 (verde), 6 (violeta) e 8 (laranja). Observe que esses números são resultantes da soma dos números referentes às cores primárias. Exemplo: azul (1) + amarelo (3) = verde (4). O número (9), que aparece no centro da estrela, sem identificação de cor, representa o branco no espectro de absorção de radiação eletromagnética (luz). Posteriormente, veremos que, ao somar as cores dos pigmentos, obteremos não o branco, mas uma cor que tende ao preto, e que será representado pelo número (0).

TABELA 2
Combinções (soma) de cores primárias

PIGMENTOS			
Cores primárias			Cores secundárias
<i>Azul</i>	<i>Amarelo</i>	<i>Vermelho</i>	
(1)	(3)		Verde (4)
(1)		(5)	Violeta (6)
	(3)	(5)	Laranja (8)

FIGURA 5
Representação esquemática das cores primárias e secundárias



Contextualizando as cores

Para o desenvolvimento do trabalho, definimos para os números inteiros n superiores a 9 ($n > 9$) a “soma $\rightarrow \oplus$ ” abaixo exemplificada. Note-se que $51 > 9$; portanto, fazendo $51 = 5 \oplus 1 = 6$, atribuímos a esse último valor o número 6, ou seja, $51 = 6$. Observe-se que a técnica aqui utilizada pode ser feita mais de uma vez como, por exemplo, no caso de 19, pois $19 = 1 \oplus 9 = 10 = 1 \oplus 0 = 1$ logo $19 = 1$.

A cor branca: Com o dispositivo geométrico da estrela, podemos também fazer algumas correlações com as cores provenientes da luz do visível. Facilmente se observa que o somatório de todas as cores, representadas na estrela, é igual a 27 ($2 \oplus 7 = 9$), que representa o branco (experiência de Newton, emissão

de luz). Assim como visto anteriormente, a soma das cores complementares (diametralmente opostas na figura) também resulta no número 9 (branco).

Cores complementares: Um objeto que reflete luz de cor amarela espectroscopicamente absorve luz na faixa do comprimento de onda da cor violeta (cor complementar do amarelo). Como explicar esse fato usando entes matemáticos elementares? Já sabemos que a luz branca (27) que incide no objeto corresponde à soma de todas as cores do visível. Ao subtrairmos de 27 o número correspondente à cor violeta (6), encontramos 21, que pela definição de “soma” dada, no nosso estudo, corresponde ao número 3, igual à cor amarela. Um tratamento análogo pode ser estendido às outras cores.

Lembramos que este método se refere à reflexão de cores, que envolve um processo subtrativo, e que conseqüentemente se trata de pigmentos.

Conceitos elementares da teoria dos números

Para as considerações apresentadas no trabalho, necessitamos de um breve olhar para a Teoria dos Números, ramo da Matemática que estuda as propriedades dos números inteiros, como divisibilidade, decomposições em fatores, decomposições em somas, etc. É interessante observar que uma parte considerável da árvore Matemática e de outras áreas da ciência brotou de problemas sobre os números inteiros (Kumanduri e Romero, 1998).

A divisibilidade pode ganhar uma nova roupagem ao ser tratada pelo conceito da Teoria dos Números, denominado pelo matemático Gauss, seu criador, de congruência. A idéia básica da congruência é fazer aritmética com os restos obtidos da divisão por diferentes inteiros. As razões desse tipo de tratamento são que muitas informações relativamente a questões de divisibilidade estão contidas nos restos obtidos das divisões.

Definição: Se a , b e m são números inteiros, dizemos que a é congruente a b módulo m [denota-se por $a \equiv b \pmod{m}$] se, e somente se, $m \mid (a - b)$, [que em outras palavras quer dizer que $a - b$ é divisível por m].

Observações: $50 \equiv 0 \pmod{10}$; $72 \equiv 2 \pmod{7}$; $70 \equiv -2 \pmod{9}$; para comprovar a definição dada, basta tomarmos $a = 70$ e $b = -2$. Para que 70 e -2 sejam congruentes ao módulo 9, é necessário que satisfaçam a condição: $a - b$ deve ser divisível por m , o que é verificado, pois $70 - (-2) = 72$ é divisível por 9. A congruência $a \equiv b \pmod{m}$ significa que tanto a quanto b produzem o mesmo resto ao serem divididos por m .

Algumas propriedades básicas da congruência

Se a , b e c são números inteiros, então:

$$a \equiv a \pmod{m} \text{ para todo } a.$$

$$a \equiv b \pmod{m} \text{ se, e somente se, } b \equiv a \pmod{m}$$

$$a \equiv b \pmod{m} \text{ e } b \equiv c \pmod{m}, \text{ então } a \equiv c \pmod{m}$$

Em outras palavras, a congruência é uma relação de equivalência. A congruência satisfaz ainda propriedades importantes para quaisquer números inteiros a , b , c , e d que estão listadas a seguir:

$$a \equiv b \pmod{m} \text{ e } c \equiv d \pmod{m}, \text{ então } a+c \equiv b+d \pmod{m}$$

$$a \equiv b \pmod{m} \text{ e } c \equiv d \pmod{m}, \text{ então } a.c \equiv b.d \pmod{m}$$

Isto é, a congruência preserva as operações soma e produto. De acordo com as propriedades, façamos as seguintes aplicações numéricas: note-se que $27 \equiv 0 \pmod{9}$ e que $23 \equiv 5 \pmod{9}$. Então, verificando as duas últimas propriedades descritas, temos:

$$27 + 23 \equiv 0 + 5 \pmod{9}, \text{ o que é realmente verdade, pois } 50 \equiv 5 \pmod{9} \text{ e}$$

$$27 \times 23 \equiv 0 \times 5 \pmod{9}, \text{ o que também é válido, pois } 621 \equiv 0 \pmod{9}.$$

O uso de operações matemáticas e as cores

Na Tabela 3, apresentamos de forma lúdica e didática uma pequena análise dos processos que utilizam operações elementares e as constatações dos fenômenos da observação da cor. Observe-se que os números com dois algarismos foram transformados em um dígito efetuando-se a “soma” utilizada no nosso texto, o que também pode ser visto diretamente na estrela usando-se o número 9 no lugar do 27.

Exemplo: $9 - 5 = 4$ e $9 - 1 = 8$.

TABELA 3
Processos de observação das cores

COR DO OBJETO	PROCESSO SUBTRATIVO DA COR COMPLEMENTAR	COM O USO DA CONGRUÊNCIA	NÚMERO DA COR RESULTANTE
Azul (1)	$27 - 8$ (laranja) = 19	$19 \equiv 1 \pmod{9}$	$19 = 10 = 1$ (azul)
Amarelo (3)	$27 - 6$ (violeta) = 21	$21 \equiv 3 \pmod{9}$	$21 = 3$ (amarelo)
Verde (4)	$27 - 5$ (vermelho) = 22	$22 \equiv 4 \pmod{9}$	$22 = 4$ (verde)
Vermelho (5)	$27 - 4$ (verde) = 23	$23 \equiv 5 \pmod{9}$	$23 = 5$ (vermelho)
Violeta (6)	$27 - 3$ (amarelo) = 24	$24 \equiv 6 \pmod{9}$	$24 = 6$ (violeta)
Laranja (8)	$27 - 1$ (azul) = 26	$26 \equiv 8 \pmod{9}$	$26 = 8$ (laranja)

A noção de congruência “ \equiv ” permite-nos deduzir interessantes fatos sobre os números inteiros, sendo facilmente utilizada como uma ferramenta auxiliar para o entendimento da mistura das cores.

Mistura de pigmentos

A explicação da formação das cores secundárias de pigmentos pelo processo subtrativo é, em geral, uma tarefa não-trivial. Para simplificar esse entendimento, usaremos novamente a estrela e os recursos matemáticos apresentados.

Ao trabalharmos experimentalmente com tintas nas cores primárias (azul (1), amarelo (3) e vermelho (5)), verificamos que a combinação dessas cores, duas a duas, produz a cor secundária posicionada na estrela entre as respectivas cores somadas (Tabela 2). Exemplo, ao misturarmos a cor (1) azul com a cor (3) amarela, observamos a cor (4) verde. Explicação: em se tratando de pigmentos e pensando em processo subtrativo, faz-se necessário procurar na estrela a cor complementar àquela desejada. Assim, vejamos: em relação à cor (1) azul, vê-se na estrela que a cor complementar (absorvida) é a (8) laranja. Com a cor amarela usamos o raciocínio análogo; 3 (amarelo) é o complementar de (6) violeta (cor absorvida). Somando as cores complementares (absorvidas) $8 + 6 = 14 = 5$ (vermelho) e subtraindo do (9) branco, luz incidente, veremos então o verde que nada mais é que a diferença entre 9 e 5, ou seja $9 - 5 = 4$ (verde). Observe que a cor absorvida resultante, o (5) vermelho, é a complementar da cor (4) verde observada.

A mistura das cores vermelha e amarela resulta na cor laranja (veja estrela), que também pode ser entendida como: (9) branco – (1) azul = (8) laranja. O valor 1 nesse caso vem do somatório das cores complementares absorvidas do vermelho e amarelo, respectivamente ($6 + 4 = 10 = 1$), conforme os exemplos já mostrados. A mistura das cores vermelha e azul, por sua vez, resulta na cor violeta (veja estrela), que também pode ser entendida como: (9) branco – (3) amarelo = (6) violeta.

A análise que acabamos de desenvolver encaixa-se perfeitamente no estudo das congruências, já que facilmente se observa que:

$$9 \equiv 4 \pmod{5} \equiv 5 \pmod{4} \text{ ou } 9 \equiv 1 \pmod{8} \equiv 8 \pmod{1}, \text{ e ainda,}$$

$$9 \equiv 3 \pmod{6} \equiv 6 \pmod{3}.$$

Cor preta

Ao misturar experimentalmente todas as cores primárias (azul + amarelo + vermelho), observamos uma cor resultante próxima do preto. Lembramos que, na prática, a mistura dessas cores não reproduz exatamente o preto, devido às tonalidades das cores e do material empregado na fabricação das tintas. A mistura de todas as cores secundárias ou a mistura das cores secundárias, duas a duas, também resulta na cor preta. A mistura de todas as cores primárias, mais as secundárias, também resulta na mesma cor, o preto. Entretanto, a soma das cores primárias duas a duas não resulta no preto, e sim nas cores denominadas secundárias. Veja na Tabela 4 as diversas combinações das cores.

Como explicar essas observações experimentais, aplicando-se o método proposto: a “estrela” e a Matemática. Conforme a Tabela 4, vê-se que a mistura das cores primárias azul (1), amarelo (3) e vermelho (5) resulta no preto (0). A soma das cores primárias resulta em 9, que subtraído da luz branca incidente (9) produzirá o 0 (zero), ausência de cor, uma vez que em pigmentos o processo é subtrativo. Assim, o complementar do (9) branco é o (0) preto. Note-se que $9 = 0 \pmod{9}$. Essa é mais uma das razões por que se atesta que o preto representa a ausência de cor. Neste caso, repare que a soma dos respectivos complementares, verde (4), violeta (6) e laranja (8) somados fornece o número $18 = 9(1 + 8)$, que subtraído da luz branca (9) incidente leva ao zero, a cor preta.

Na Tabela 4, vê-se que a mistura das cores verde (4) e violeta (6) resulta no preto. Na estrela, o número 4 representa a soma das cores (1) e (3) e a cor 6, a soma das cores (1) e (5). Com isso, vemos que $6 + 4$ é o mesmo que somar as cores 1, 3 e 5, cujos complementares são respectivamente 8, 6 e 4. A soma desses complementares resulta em $18 = 9$, que subtraído da luz branca incidente (9) produzirá o 0 (zero),

ausência de cor. Assim, o complementar do (9) branco é o (0) preto. Note que $9 = 0 \pmod{9}$. O mesmo raciocínio pode ser estendido para a soma das demais cores secundárias duas a duas.

Somando agora as três cores secundárias, chegaremos ao mesmo valor numérico, ou seja, $4 + 6 + 8 = 18 = 0 \pmod{9}$ (preto), ou $18 = 0 \pmod{9}$, resultado este que também pode ser confirmado usando-se os números 1, 3 e 5. De acordo com o raciocínio anterior, temos: $4 = 1 + 3$; $6 = 1 + 5$; $8 = 3 + 5$.

Tentemos agora entender o que ocorreria ao somarmos todos os números correspondentes às cores tratadas neste texto, as cores primárias mais as secundárias. Vimos que a soma de $1 + 3 + 5 + 4 + 6 + 8 = 27$, número este que era atribuído na estrela à cor branca, pois $27 = 0 \pmod{9}$. Já é fato bastante conhecido que, em se tratando de pigmentos, a cor resultante da mistura supracitada produz uma cor que tende ao preto. Essa constatação pode ser facilmente explicada pela comutatividade da adição, pois as cores que são absorvidas (subtraídas) são os respectivos números das cores complementares, ou seja, $8 + 6 + 4 + 5 + 3 + 1 = 27 = 9$, que subtraído do 9 (branco) produz o número zero, pois $9 = 0 \pmod{9}$, que corresponde ao preto.

O preto é também resultado da soma de uma cor primária com uma secundária diametralmente opostas no esquema geométrico (estrela). Por exemplo, a soma do azul (1) com laranja (8) fornece o 9, que subtraído da luz branca (9) leva à cor preta (0). Veja-se que a cor laranja (8) é o somatório das cores primárias amarela (3) com vermelha (5). O mesmo procedimento pode ser feito somando-se as cores amarela (3) com violeta (6), ou vermelha (5) com verde (4).

Aproveitamos para mostrar que, usando o método subtrativo matemático proposto, também é possível obter as cores secundárias, somando-se as primárias duas a duas. Por exemplo, a soma do azul (1)

TABELA 4
Combinação de cores

CORES						
Primárias			Secundárias			Mistura
<i>Azul</i>	<i>Amarelo</i>	<i>Vermelho</i>	<i>Verde</i>	<i>Violeta</i>	<i>Laranja</i>	
(1)	(3)	(5)				0
			(4)	(6)	(8)	0
			(4)	(6)		0
			(4)		(8)	0
				(6)	(8)	0
(1)	(3)	(5)	(4)	(6)	(8)	0
(1)					(8)	0
	(3)			(6)		0
		(5)	(4)			0
(1)	(3)					4
(1)		(5)				6
	(3)	(5)				8

Obs: O número 0 (zero) representa o preto, a ausência de cor.

com o amarelo (3) resulta no verde (4). No processo subtrativo, o complementar do azul (1) é o laranja (8), assim como do amarelo (3) é o violeta (6). Somando $8 + 6 = 14 = 5$, que subtraído da luz branca (9) leva ao verde (4). O mesmo procedimento pode ser feito com as demais combinações binárias das cores primárias.

Uso do método geométrico de estudo

Os itens apresentados anteriormente apresentam os pontos que são importantes na elaboração de discussões sobre cor para que os educadores possam vir a utilizar esse esquema metodológico buscando a interdisciplinaridade. O método geométrico para estudos de cores por nós elaborado neste trabalho é um recurso lúdico facilitador de aprendizagem que pode ser utilizado integrando áreas afins – Química, Física e Matemática – em todos os níveis de ensino, desde que adaptado à faixa etária dos educandos. A linguagem lúdica vem sendo cada vez mais utilizada em diversos níveis de ensino de Química e de Ciências (da Cunha, 2000; Arroio *et al.*, 2006; Giordan, 1999) e aplicada como uma nova proposta de ensino no uso de jogos didáticos (da Cunha, 2000), show de química (Arroio *et al.*, 2006), filmes, textos paradidáticos e até provérbios (Yee, 2002; Rybolt e Wadell, 2002; Wadell e Rybolt, 2001).

O curso de Química da UFF tem a disciplina Química Geral Experimental – Seção Orgânica. Essa disciplina discute assuntos básicos de laboratório de Química Orgânica, bem como visa articular a Química com outras disciplinas e com o dia-a-dia. A disciplina é oferecida no primeiro período, ou seja, para alunos recém-egressos do ensino médio. A articulação entre a Química e outras disciplinas, no caso a Matemática e a Física, motiva e ajuda o aluno a compreender por que estas disciplinas são tão importantes para o químico. Nesse caso, os itens mostrados anteriormente são relevantes na utilização e discussão do método geométrico. Como exemplo, pode ser citada a correlação entre a teoria dos números e a “matemática da cor”, uma vez que, sendo a reflexão um processo subtrativo, a Matemática pode se tornar importante como facilitadora do entendimento da mistura de cores. Na aplicação desse método, pode-se ainda mostrar a importância da estrutura das substâncias na coloração dos pigmentos. Por outro lado, pela Física pode ser discutido como a cor observada está relacionada com a absorção das cores complementares em pigmentos; nesse caso, na “estrela”, as cores refletidas (observadas) *versus* absorvidas, estão dispostas diametralmente. Lembramos que estes pontos foram discutidos ao longo do texto.

Nos ensinos fundamental e médio, o método geométrico usando a estrela de seis pontas, ora proposto, também pode ser aplicado. Nesse caso, a influência estrutural das substâncias na coloração dos pigmentos pode ser articulada à teoria dos números de maneira adequada à faixa etária e à grade curricular destes níveis de ensino. No entanto, não se discute aprofundadamente a estrutura das substâncias. Seria interessante ainda correlacionar a Matemática no processo subtrativo e aditivo das cores.

Na pré-escola, esse método usaria apenas a mistura de cores para despertar o interesse pela Ciência, e a forma geométrica proposta seria utilizada como elemento facilitador para a compreensão da mistura de cores, sendo opcional nesse caso o uso das operações básicas de Matemática.

Lembramos que temos aplicado esse método em diversos níveis de ensino, como, por exemplo, na pré-escola (Borges, *et al.*, 2007), bem como temos difundido sua utilização no curso de formação continuada de professores (Florêncio *et al.*, 2007), oferecido pela Casa da Descoberta, centro de divulgação de ciência

da UFF. Além disso, o referido trabalho tem sido disponibilizado ao público que visita a Casa da Descoberta, sendo a abordagem diferenciada em relação à curiosidade e faixa etária do visitante. Cabe ressaltar que em muitos momentos as pessoas demonstram surpresa ao perceberem a articulação entre as áreas.

Conclusão

O trabalho realizado não tem por objetivo apresentar novas teorias sobre a mistura de cores, visto que a literatura pertinente trata exaustivamente desse tema. Procuramos neste artigo, por meio de uma linguagem lúdica, inter-relacionar áreas afins – Química, Física e Matemática – de forma a facilitar o entendimento das cores. O trabalho ainda teve como objetivo fornecer meios de despertar a curiosidade e o interesse de curiosos e de alunos de diversos segmentos no tema desta pesquisa, o que pode permitir que novos fatos venham a ser explorados, como, por exemplo, em outros desdobramentos e constatações de caráter geométrico e algébrico na numeração de cores definidas na estrela.

Bibliografia

- ARROIO, A.; HONÓRIO, K. M.; WEBER, K. C.; HOMEM-DE-MELLO, P.; GAMBARDELLA, M. T. P., e DA SILVA, A. B. F. (2006): "O show da Química: motivando o interesse científico", in: *Química Nova*, vol. 29 (1), pp. 173-178. São Paulo: Sociedade Brasileira de Química.
- AULT, A. (2002): "Color changes in indicator solution", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 79 (9), pp. 1.070-1.071. Washington DC: ACS Publications.
- BOPEGEDERA, A. M. R. P. (2005): "The Art and Science of Light – an Interdisciplinary Teaching and Learning Experience", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 82 (1), pp. 55-59. Washington DC: ACS Publications.
- BORGES, M. N.; RIBEIRO, C. M. R., e SOUZA, N. A. (2005): "Valorização do monitor versus diminuição da evasão na monitoria", in: *Educación Química*, vol. 16 (4), pp. 586-592. México: Educar,.
- BORGES, M. N.; SOUZA, N. A.; BERNARDINO, A. M. R.; BURTOLOSO, C. F. S.; JOVENCIO, A. B. S.; AMPARO, J. M., e MELO, R. P. (2002): "É possível desenvolver conteúdos de ciências na pré-escola?", in: <<http://www.campus-oei.org/revista/experiencias25.htm>> [Consulta: fev. 2007] Madrid: OEI.
- CASERIO, R. (1977): *Basic Principles of Organic Chemistry*. London: Benjamin.
- CORTEL, A. (2005): "Simple Experiments on the Physics of Vision: The Retina", in: *Physics Education*, vol. 40 (4), pp. 325-331. IOP Publishing Limited.
- COUTINHO, L. G. R., e SOUZA, N. A. (2005): "Estudos das cores das transformações químicas", in: *Contribuições aos professores de química do ensino médio*, pp. 139-157. Coutinho, L. G. R.; Ferreira, V. F., Niterói: Ed. UFF.
- DA CUNHA, M. B. (2000): *Jogos didáticos de Química*. Santa Maria: Ed. Grafos Industria Gráfica e Editora.
- FLORENCIO, A. S.; ANDRADE DE, C. B., e BORGES, M. N. (2007): *Resumos da 30ª Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Química*. Aguas de Lindóia,
- FRANKEL, F. (2001): "Communicating Science Through Photograph", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 78 (10), pp. 1.312-1.314. Washington DC: ACS Publications.
- GELABERT, M. C. (2006): "Color Science, a Course for Nonscience Majors", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 83 (8), pp. 1.155-1.157. Washington DC: ACS Publications.
- GIORDAN, M. (1999): "O papel da experimentação no ensino de ciências", in: *Química Nova na Escola*, 10, pp. 43-49. São Paulo: Sociedade Brasileira de Química.
- GOLDSHIMITH, T. H. (2006): "Olhos de águia" in: *Scientific American Brasil*, vol. 5 (51), pp. 71-77. Rio de Janeiro: Dueto Editorial.

- GOMES, J., e VELHO, L. (1999): *Computação gráfica imagem – Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA*. Série de Computação e Matemática. Rio de Janeiro: SBM.
- GOUVEIA-MATOS, J. A. de M. (1999): "Mudança nas cores dos extratos de flores e do repolho roxo", in: *Química Nova na Escola*, n° 10, pp. 6-10. São Paulo: Sociedade Brasileira de Química.
- GUARANTINI, C. C. I., e ZANONI, M. V. B. (2000): "Corantes têxteis", in: *Química Nova*, vol. 23 (1), pp. 71-78. São Paulo: Sociedade Brasileira de Química.
- HOOSER, S. D. V., e NELSON, S. B. (2006): "The Squirrel as Rodent Model of the Human Visual System", in: *Visual Neuroscience*, vol. 23, pp. 765-778. Cambridge: Cambridge University.
- HOROWICZ, R. J. (1999): *Luz, cores... ação. A ótica e suas aplicações tecnológicas*. São Paulo: Ed. Moderna.
- KUMANDURI, R., e ROMERO, C. (1998): *Number Theory with Computer Applications*. New Jersey: Prentice Hall.
- ORNA, M. V. (2001): "Chemistry, Color and Art", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 78, n.º 10, pp. 1.305-1.313.
- (1978): "The Chemical Origins of Color", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 55 (8), pp. 478-484. Washington DC: ACS Publications.
- PONCINI, L., e WIMMER, F. L. (1987): "Color Classification of Coordination-Compounds", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 64 (12), pp. 1.001-1.002. Washington DC: ACS Publications.
- RIBEIRO, C. M. R. (2005): "Comunicação química no ensino fundamental e médio", in *Contribuições aos professores de Química do ensino médio*. Coutinho, L. G. R.; Ferreira, V. F., Niterói: Ed. UFF.
- ROSSING, T. D., e CHIAVERINA, C. J. (2000): "Teaching Light and Color", in: *American Journal of Physics*, vol. 68 (10), pp. 881-887. Nova York: TLC.
- RYBOLT, T. R., e WADDELL, T. G. (2002): "The Chemical Adventures of Sherlock Holmes: The Case of Three", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 79 (4), pp. 448-453. Washington DC: ACS Publications.
- SAUNDERS, B. A. C., e BRAKEL, J. van (2002): "The Trajectory of Color", in: *Perspectives on Science*, vol. 10 (3), pp. 302-355. New York: American Scientific Fliation.
- SILVA, C. R.; PEREIRA, R. B., e SABADINI, E. (2001): "Color Changes in Indicator Solutions – An Intriguing and Elucidative General Chemistry Experiment", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 78 (7), pp. 939-940. Washington DC: ACS Publications.
- STEVENS, K. E. (2006): "Using Visible Absorption to Analyze Solutions of Kool-Aid and Candy", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 83 (10), pp. 1.544-1.545. Washington DC: ACS Publications
- SULLIVAN, P. (2005): "Not only what and why, but also how: Thinking about Strategies for Mathematics Teacher Education", in: *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 8, pp. 437-440. Amsterdam: Springer Netherlands.
- SOARES, B. G.; PIRES, D. X., e SOUZA, N. A. de (1987): "Uma experiência didática no ensino da Química Orgânica em laboratório" in: *Química Nova*, vol. 10 (1), pp. 27-33. São Paulo: Sociedade Brasileira de Química.
- SOARES, B. G.; SOUZA, N. A. de, e PIRES, D. X. (1988): *Química Orgânica: Teoria e técnicas de preparação e identificação de compostos orgânicos*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara.
- SOARES, P. T. (1991): *O mundo das cores*. São Paulo: Ed. Moderna.
- SOUZA, N. A. de, e BRAVO, R. van F. (1989): "An Easy Model for Teaching Mass Charge in Mass Spectrometry" in: *Journal of Chemical Education*, vol. 66 (12), pp. 1.039-1.039. Washington DC: ACS Publications.
- SOUZA, N. A. de, e COUTINHO, L. G. R. (2005): "A energia e suas manifestações", in: *Contribuições aos professores de Química do ensino médio*. Coutinho, L. G. R.; Ferreira, V. F., Niterói: Ed. UFF.
- SOUZA, N. A. de, e RIBEIRO, C. M. R. (2007): "Esquema geral para elucidação de substâncias orgânicas usando métodos espectroscópico e espectrométrico", in: *Química Nova*, vol. 10 (4), pp. 1.026-1.031. São Paulo: Sociedade Brasileira de Química.
- TERCI, D. B. L., e ROSSI, A. V. (2002): "Indicadores naturais de pH: usar papel ou solução", in: *Química Nova*, vol. 25 (4), pp. 684-688. São Paulo: Sociedade Brasileira de Química,
- YEE, G. T. (2002): "Through the Looking Glass and what Alice ate there", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 79 (5), pp. 569-571. Washington DC: ACS Publications.
- WADELL, T. G., e RYBOLT, T. R. (2001): "The Chemical Adventures of Sherlock Holmes: The Shroud of Spartacus", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 78 (4), pp. 470-474. Washington DC: ACS Publications.

WESTFALL, R. S. (1995): *A vida de Isaac Newton*. Rio de Janeiro: Ed. Nova Fronteira.

WILLIAMS, K. R. (1999): "Color by... chemists!", in: *Journal of Chemical Education*, vol. 76 (2), pp. 154-155. Washington DC: ACS Publications.

WEB1 (2007): <<http://www.colourtherapyhealing.com/colour>> [Consulta: fev. 2007].

WEB2 (2007): <<http://www.skyscript.co.uk/colour.html>> [Consulta: fev. 2007].